جامعة الملك سعود كلية العلوم قسم الرياضيات		الاختبار الفصلي الثاني لمقرر ٢٤٣ريض نظرية الأعداد الفصل الثاني ١٤٢٦ / ١٤٢٧هـ

تعليمات: ⬟ أجب عن **ثمان أسئلة فقط** ⬟ **الزمن** ساعة ونصف

السؤال(١): أثبت أن $ac \equiv bc \pmod{n}$ إذا وفقط إذا $a \equiv b\left(\bmod \frac{n}{(n,c)}\right)$.

السؤال(٢): عين جميع الأعداد الصحيحة b حيث $0 \le b < 30$ بحيث يكون للتطابق $12x \equiv b \pmod{30}$ حل، ثم احسب عدد الحلول غير المتطابقة قياس 30.

السؤال(٣): إذا كان k عددا فرديا فاحسب $13^{2k} + 17^{2k} \pmod{229}$.

السؤال(٤): (أ) جد نظام رواسب تام قياس 7 بحيث تكون جميع عناصره أعدادا أولية.
(ب) هل يوجد نظام رواسب تام قياس 7 بحيث تكون جميع عناصره مربعات كاملة؟

السؤال(٥): أثبت أن النظام التالي منسجم ثم حل النظام.

$$\begin{aligned} x &\equiv 2 \pmod{6} \\ x &\equiv 4 \pmod{8} \\ x &\equiv 2 \pmod{14} \\ x &\equiv 14 \pmod{15} \end{aligned}$$

السؤال(٦): أثبت أن $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$ إذا وفقط إذا كان p أوليا.

السؤال(٧): إذا كان $(mn, 21) = 1$ فأثبت أن $63 \mid m^6 - n^6$.

السؤال(٨): أثبت أن $m^{\varphi(n)} + n^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{[m,n]}$ لكل $m, n \in \mathbb{Z}^+$.

السؤال(٩): (أ) إذا كان p أوليا لا يقسم a وكان $n \equiv m \pmod{p-1}$ فأثبت أن $a^n \equiv a^m \pmod{p}$.
(ب) استخدم الفقرة (أ) لحساب $55^{142} \pmod{143}$.

السؤال(١٠): (أ) إذا كان العدد n شبه أولي للأساس a وشبه أولي للأساس b فأثبت أن n شبه أولي للأساس ab.
(ب) أثبت أن 91 شبه أولي للأساس 3. هل 91 شبه أولي للأساس 2 ؟