

السؤال الأول:

(أ) جد جميع الأعداد الصحيحة الموجبة n التي تحقق $\tau(n) = 4$.

(ب) إذا كان p عدداً أولياً، فأثبت أن $\binom{2p}{p} \equiv 2 \pmod{p}$.

(ج) أذكر نص مبرهنة أويلر وأثبتها.

السؤال الثاني:

(أ) أثبت أن $(p-2)! - 1$ عدد مؤلف لكل عدد أولي $p > 5$.

(ب) إذا كانت $\sum_{d|n} g(d) = n$ فأثبت أن $g(n) = \varphi(n)$ لكل $n \geq 1$.

(ج) استخدم مبرهنة فيرما لحل التطابق $x^{35} + 5x^{19} + 11x^3 \equiv 0 \pmod{17}$.
