جامعة الملك سعود – كلية العلوم – قسم الرياضيات – الفصل الأول ١٤٢٤/١٤٢٣

الزمن ٩٠ دقيقة الاختبار الفصلي الأول لمقرر ٢٤٣ريض السبت ٢٧–٨–١٤٢٣

السؤال الأول:

(أ) أثبت أن مجموعة الأعداد الأولية غير منتهية.

(ب) إذا كان $d=(c,n)$ فأثبت أن $ac \equiv bc (\bmod n)$ يؤدي إلى $a \equiv b(\bmod \frac{n}{d})$.

(ج) إذا كان n عدداً صحيحاً له التمثيل العشري $a_m a_{m-1} \cdots a_o$ فأثبت أن $3 \mid n$ إذا وفقط إذا كانت $3 \mid (a_m + a_{m-1} + \cdots + a_o)$.

(د) إذا كانت المتتالية $(a_n) = 101, 10101, 1010101, \ldots$ (أي أن $a_1 = 101$ و $a_n = 100a_{n-1} + 1$ لكل $n \geq 2$)، فأثبت أن العدد الأولي الوحيد في المتتالية هو 101.

(هـ) إذا كان F_n هو عدد فيرما ، فأثبت أن $F_n \equiv 7(\bmod 10)$ لكل $n \geq 2$.

السؤال الثاني:

(أ) أثبت أن $a^3 \equiv a(\bmod 3)$ لكل عدد صحيح a.

(ب) إذا كانت a,b,c أعداداً صحيحة و كان $a \mid (bc)$ و $(a,b)=1$ ، فأثبت أن $a \mid c$.

(ج) إذا كان $a = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \cdots p_k^{a_k}$ و $b = p_1^{b_1} p_2^{b_2} \cdots p_k^{b_k}$ هو تحليل a و b إلى قوى عواملهما الأولية، فأثبت أن $(a,b) = p_1^{d_1} p_2^{d_2} \cdots p_k^{d_k}$ حيث $d_i = \min\{a_i, b_i\}$.

(د) إذا كانت a,b,c أعداداً صحيحة و كان $a \mid c$ و $b \mid c$ فأثبت أن $[a,b] \mid c$.

(هـ) أوجد جميع الحلول الصحيحة للمعادلة $16x + 12y + 30z = 24$.
