جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الاختبار الفصلي الأول
لمقرر ٢٤٣ريض نظرية الأعداد
الفصل الثاني ١٤٢٦ / ١٤٢٧هـ

تعليمات: ⬟ أجب عن **ثمان أسئلة فقط**	⬟ **الزمن** ساعة ونصف

السؤال(١): إذا كان $a = 2378$ و $b = 1769$ فاستخدم خوارزمية إقليدس لإيجاد

$x, y \in \mathbb{Z}$ بحيث $(a,b) = ax + by$.

السؤال(٢): إذا كان $a \mid c$ و $b \mid c$ فأثبت أن $[a,b] \mid c$.

السؤال(٣): أثبت أن $(a,b) = (a, b-a)$.

السؤال(٤): إذا كان $(a,c) = 1$ فأثبت أن $(a,bc) = (a,b)$.

السؤال(٥): استخدم ما ورد في السؤالين (٣) و(٤) لإثبات أن

$(2^m - 1, 2^n - 1) = 2^{(m,n)} - 1$ حيث $m, n \in \mathbb{Z}^+$.

السؤال(٦): جد جميع حلول المعادلة الديوفنتية: $189x + 180y + 175z = 15750$

السؤال(٧): إذا كان كل من p و $p+2$ عددا أوليا حيث $p > 3$ فأثبت أن 12 يقسم $2p + 2$.

السؤال(٨): أثبت أن الأعداد الأولية على الصورة $3k + 2$ عددها غير منته.

السؤال(٩): أثبت أن $F_0 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cdots \cdot F_{n-1} = F_n - 2$ لكل $n \geq 1$.

السؤال(١٠): زعم فيرما أن العدد $N = (2m)^{2^n} + 1$ أولي ما لم يقبل القسمة على أحد أعداد فيرما، فهل كان زعم فيرما صحيحا؟