إعداد د: محمود الدريني

المحاضرة (3)- تابع الاستدلال الإحصائي – 2 ساعة

الاستدلال الإحصائي حول الفرق بين متوسطين

المحتويات

1- مقدمة

2- تقدير فترة ثقة واختبارات الفروض حول الفرق بين متوسطي مجتمعين

- حالة عينتان مستقلتان.
  - تجانس تبايني المجتمعين.
  - عدم تجانس تبايني المجتمعين.
- عينتان متزاوجتان.

الأهداف

1- اكساب الطالب مهارة القيام بتقدير فترة الثقة واختبار فرض حول الفرق بين متوسطي مجتمعين في حالة العينتين مستقلتين، وكذلك حالة العينتين متزاوجتان)

آلية التنفيذ

1- تشكيل فرق عمل حسب التخصص لتنفيذ ماتم عرضه بالمحاضرة

2- نشاط منزلي

1- مقدمـة

في كثير من النواحي التطبيقية يرغب الباحث في مقارنة طريقتين أو معالجتين أو غيرها من حيث متوسط الظاهرة تحت تاثير الطريقة للوصول إلى أفضل الطرق من حيث طبيعة البحث والدراسة. ومن الأمثلة على ذلك:

- مقارنة متوسطي إنتاجية محصول معين عند معالجته بنوعين من السماد (فوسفات، نتروجيني)
- مقارنة نوعين من العقاقير الطبية المستخدمة في علاج ارتفاع ضغط الدم.

- مقارنة متوسطي كمية الصوديوم المضافة لنوعين من العصائر.
- مقارنة متوسطي كمية الحليب اليومي لسلالتين من الأبقار.

وهكذا الأمثلة على ذلك كثير.

لذا يهتم هذا الفصل بعرض الاستدلال الإحصائي بشقيه (التقدير واختبارات الفروض) حول الفرق بين متوسطي مجتمعين $(\mu_1-\mu_2)$ في حالة ما إذا كانت العينتان مستقلتين وفي حالة ما إذا كانت العينتان متزاوجتان (مترابطتان).

أولا: الاستدلال الإحصائي للفرق $(\mu_1-\mu_2)$ إذا كانت العينتان مستقلتين

شروط الاستدلال:

- الصفة المدروسة في كلا المجتمعين لها توزيع طبيعي معالمه هي:

المجتمع الثاني	المجتمع الأول	معالم المجتمع
μ_2	μ_1	المتوسط
σ_2^2	σ_1^2	التباين
$y_2 \sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$	$y_1 \sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$	الخصائص

- تبايني المجتمعين $(\sigma_1^2$ ، $\sigma_2^2)$ مجهول.
- افتراض تجانس التباينين $\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$

➢ تقدير فترة ثقة للفرق $(\mu_1-\mu_2)$

للحصول على تقدير فترة ثقة $(1-\alpha)$ للفرق $(\mu_1-\mu_2)$، تحت الشروط أعلاه يتم إتباع الآتي:

1- سحب عينة عشوائية من المجتمع الأول، حجمها n_1، ويحسب لها الوسط الحسابي $\bar{y}_1$ ، وكذلك التباين S_1^2 ، كما يلي:

$$S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} y_{1i}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n_1} y_{1i}\right)^2 \Big/ n_1}{n_1 - 1}, \qquad \bar{y}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} y_{1i}}{n_1}$$

2- سحب عينة عشوائية من المجتمع الثاني، حجمها n_2، ويحسب لها الوسط الحسابي $\bar{y}_2$ ، وكذلك التباين S_2^2 ، كما يلي:

$$S_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} y_{2i}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n_2} y_{2i}\right)^2 \Big/ n_2}{n_2 - 1}, \qquad \bar{y}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} y_{2i}}{n_2}$$

3- وتحسب فترة ثقة $(1-\alpha)\%$ للفرق $(\mu_1 - \mu_2)$ بتطبيق الصيغة العامة وهي:

$$\text{Point Estimate} \pm (\text{Tabulated Value}) \quad (\text{S.E}) \tag{5.2}$$

$$(\bar{y}_1 - \bar{y}_2) \quad \pm \left(t_{(1-\alpha/2,\ n_1 + n_2 - 2)} \right) \left(\text{S.E}_{\bar{y}_1 - \bar{y}_2} \right)$$

حيث أن:

$$\text{Point Estimate for difference } (\mu_1 - \mu_2) \quad : (\bar{y}_1 - \bar{y}_2)$$

هو التقدير بنقطة للفرق $(\mu_1 - \mu_2)$.

$$(\text{Tabulated Value}) \quad : \left(t_{((1-\alpha/2),\ (n_1 + n_2 - 2))} \right)$$

هي القيمة الجدولية التي تستخرج من جدول توزيع مئويات t عند احتمال قدره $(1-\alpha/2)$ ودرجات حرية $(n_1 + n_2 - 2)$

$$S.E_{(\bar{y}_1-\bar{y}_2)}=\left(\sqrt{\frac{MSE}{n_1}+\frac{MSE}{n_2}}\right) \qquad (6.2)$$

يعبر عن الخطأ المعياري للفرق $(\bar{y}_1-\bar{y}_2)$، حيث أن MSE هو تقدير لتبايني المجتمع تحت افتراض أنهما متجانسين $(\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2)$ ، ويحسب بالمعادلة التالية:

$$MSE=\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{(n_1+n_2-2)}=\frac{\left(\sum y_1^2-\frac{(\sum y_1)^2}{n_1}\right)+\left(\sum y_2^2-\frac{(\sum y_2)^2}{n_2}\right)}{(n_1+n_2-2)} \qquad (5.4)$$

➢ تطبيق (2-2)

لتقدير الفرق بين متوسطي مستوى السكر تحت تأثير طريقتين لعلاج المرضى المصابين بارتفاع السكر، وهما طريقة اتباع برنامج غذائي مناسب P ، وطريقة تعاطي كمية مناسبة من الأنسولين A ، تم اختيار عينة عشوائية حجمها 8 مرضى وطبق عليهم الطريقة الأولى P ، وتم اختيار عينة عشوائية حجمها 11 وطبق عليها الطريقة الثانية A ، وبعد فترة زمنية مناسبة تم قياس مستوى السكر ولخصت في الجدول التالي:

W	123	119	126	131	131	134	114	124			
A	136	128	141	124	125	126	124	126	131	134	130

والمطلوب:

- ✓ احسب التقدير بنقطة للفرق بين متوسطي مستوى السكر تحت تأثير الطريقتين.
- ✓ قدر فترة ثقة 95% للفرق بين متوسطي مستوى السكر تحت تأثير الطريقتين.
- ✓ علق على فترة الثقة.

➢ مناقشة التطبيق

للحصول على التقدير بنقطة وكذلك بفترة، يتم أولا حساب المتوسط والتباين لمستوى السكر لكلا العينتين وكذلك التباين المشترك MSE.

P		A	
y_P	y_P^2	y_A	y_A^2
123	15129	136	18496
119	14161	128	16384
126	15876	141	19881
131	17161	124	15376
131	17161	125	15625
134	17956	126	15876
114	12996	124	15376
124	15376	126	15876
		131	17161
		134	17956
		130	16900
1002	**125816**	**1425**	**184907**
$\sum y_P$	$\sum y_P^2$	$\sum y_A$	$\sum y_A^2$

العينة الأولى

$$\bar{y}_P = \frac{\sum y_P}{n_P} = \frac{1002}{8} = 125.25$$

$$S_P^2 = \frac{\sum y_P^2 - \frac{(\sum y_P)^2}{n_P}}{n_P - 1} = \frac{125816 - (1002)^2/8}{7}$$
$$= 45.07$$

العينة الثانية

$$\bar{y}_A = \frac{\sum y_A}{n_A} = \frac{1425}{11} = 129.55$$

$$S_A^2 = \frac{\sum y_A^2 - \frac{(\sum y_A)^2}{n_A}}{n_A - 1} = \frac{(184907 - (1425)^2/11}{10}$$
$$= 30.47$$

التباين المشترك

$$MSE = \frac{(n_P - 1)S_P^2 + (n_A - 1)S_A^2}{(n_P + n_A - 2)}$$
$$= \frac{(7)(45.07) + (10)(30.47)}{17} = 36.48$$

✓ التقدير بنقطة للفرق بين متوسطي مستوى السكر تحت تأثير الطريقتين هو:

$$\text{Point Estimate for difference } (\mu_P - \mu_A) = (\bar{y}_P - \bar{y}_A) = (125.25 - 129.55) = -4.3$$

✓ فترة ثقة 95% للفرق بين متوسطي مستوى السكر $(\mu_P - \mu_A)$.

للحصول على تقدير فترة الثقة تطبق المعادلة رقم (5.2) وهي:

$$(\bar{y}_P - \bar{y}_A) \quad \pm \left(t_{(1-\alpha/2,\ n_P + n_A - 2)} \right)\left(S.E_{\bar{y}_P - \bar{y}_A} \right)$$

حيث أن:

$$(\bar{y}_P - \bar{y}_A) = -4.3$$

$$(1-\alpha) = 0.95,\ \alpha = 0.05,\ \frac{\alpha}{2} = 0.025,\ (1-\frac{\alpha}{2}) = 0.975,\ \ df = n_P + n_A - 2 = 17$$

$$t_{(1-\alpha/2,\ n_P + n_A - 2)} = t_{(0.975, 17)} = 2.11$$

$$S.E_{\bar{y}_P - \bar{y}_A} = \sqrt{\frac{MSE}{n_P} + \frac{MSE}{n_A}} = \sqrt{\frac{36.48}{8} + \frac{36.48}{11}} = 2.807$$

إذا حدي الثقة هما:

$$(-4.3) \pm (2.11)(2.807) = -4.3 \pm 5.92$$

$$Lower = (-4.3) - 5.92 = -10.22, \qquad Upper = -4.3 + 5.92 = 1.63$$

✓ التعليق على فترة الثقة.

- أنني على ثقة *95%* بأن الفرق بين متوسطي مستوى السكري $(\mu_P - \mu_A)$ سوف يتراوح بين حد أدنى -10.22 وحد أعلى 1.63
- الفرق $(\mu_P - \mu_A)$ يقع داخل المدي $(-10.22,\ 1.63)$ باحتمال 0.95 .

$$Pr(-10.22 < (\mu_p - \mu_A) < 1.63) = 0.95$$

- بما أن فترة الثقة $(-10.22,\ 1.63)$ يقع داخلها القيمة صفر، إذا تحتوي الفترة على الفرق $(\mu_P - \mu_A) = 0$ ويستدل من ذلك على أن متوسطي مستوى السكري تحت تأثير الطريقتين متساوي، ولا يوجد بينهما فرق معنوي.

➢ اختبارات الفروض حول الفرق $(\mu_1 - \mu_2)$

الغرض من هذا الاختبار هو مقارنة متوسطي مجتمعين من خلال اختبار الفرق بينهما، وبإتباع نفس الخطوات السابقة في اختبار الفرض حول متوسط مجتمع، يمكن اختبار فرض حول الفرق بين المتوسطين $(\mu_1 - \mu_2)$ كما يلي:

✓ صياغة الفروض.

الفرض العدم H_o	الفرض البديل H_1
$H_o : (\mu_1 - \mu_2) = (\mu_1 - \mu_2)_O$	$H_1 : (\mu_1 - \mu_2) \neq (\mu_1 - \mu_2)_O$
$H_o : (\mu_1 - \mu_2) = (\mu_1 - \mu_2)_O$	$H_1 : (\mu_1 - \mu_2) \succ (\mu_1 - \mu_2)_O$
$H_o : (\mu_1 - \mu_2) = (\mu_1 - \mu_2)_O$	$H_1 : (\mu_1 - \mu_2) \prec (\mu_1 - \mu_2)_O$

✓ حساب إحصائية الاختبار: ويحسب بالمعادلة التالية

$$t^* = \frac{(\text{Point Estimate}) - (\mu_1 - \mu_2)_o}{\text{S.E}} = \frac{(\bar{y}_1 - \bar{y}_2) - (\mu_1 - \mu_2)_O}{\sqrt{\text{MSE}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \qquad (5.5)$$

✓ تحديد مستوى المعنوية α.

✓ تحديد القيم الجدولية أو الحرجة ($t_{(1-\alpha/2, n_1 + n_2 - 2)}$) عند درجات حرية $(n_1 + n_2 - 2)$ واحتمال قدره $(1-\alpha/2)$ إذا كان الاختبار في اتجاهين، أو القيمة الجدولية ($t_{(1-\alpha, n_1 + n_2 - 2)}$) عند درجات حرية $(n_1 + n_2 - 2)$ واحتمال قدره $(1-\alpha)$ إذا كان الاختبار في اتجاه واحد، مع مراعاة الإشارة.

✓ القرار: إذا كانت القيمة المحسوبة t^* تقع في منطقة الرفض، يرفض فرض العدم ويقبل الفرض البديل.

➢ تطبيق (3−2)

فيما يلي بيانات عينتين عن كمية الصوديوم بالملجم /100 جم المضاف لنوعين من العصائر المنتجة بواسطة إحدى الشركات.

	5.34	5.35	4.96	5.52	5.67	5.22	4.81	4.72	عينة البرتقال(2)
4.98	4.95	5.2	5.32	5.61	5.19	5.23	5.11	4.86	عينة التفاح(1)

هل يختلف متوسط كمية الصوديوم المضافة للنوع الأول (التفاح) عن متوسط كمية الصوديوم المضافة للنوع الثاني (البرتقال)؟ مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$.

➢ مناقشة التطبيق

لإجراء الاختبار يجب حساب المتوسط والتباين لكمية الصوديوم المضاف لكلا العينتين ومن ثم حساب التباين المشترك (متوسط مربعات الأخطاء) MSE.

عينة البرتقال(2) y_O	عينة التفاح(1) y_A
4.72	4.86
4.81	5.11
5.22	5.23

إعداد د: محمود الدريني

	5.19	5.67
	5.61	5.52
	5.32	4.96
	5.20	5.35
	4.95	5.34
	4.98	
n_i	9	8
$\sum y$	46.45	41.59
$\sum y^2$	240.1381	217.0219

ومن ثم يمكن حساب المتوسط والتباين لكل عينة، كما يلي:

العينة الأولى	العينة الثانية
$\bar{y}_A = \frac{\sum y_1}{n_1} = \frac{46.45}{9} = 5.16$	$\bar{y}_o = \frac{\sum y_2}{n_2} = \frac{41.59}{8} = 5.2$
$S_A^2 = \frac{\sum y_A^2 - \frac{\left(\sum y_A\right)^2}{n_A}}{(n_A - 1)} = \frac{240.1381 - \frac{(46.45)^2}{9}}{8} = 0.05056$	$S_O^2 = \frac{\sum y_O^2 - \frac{\left(\sum y_O\right)^2}{n_O}}{(n_O - 1)} = \frac{217.0219 - \frac{(41.59)^2}{8}}{7} = 0.11513$

$$\mathrm{MSE} = \frac{(n_A - 1)S_A^2 + (n_O - 1)S_O^2}{(n_A + n_O - 2)}$$

$$= \frac{8(0.05056) + 7(0.11513)}{(9 + 8 - 2)} = 0.08069$$

بفرض أن :

μ_A : متوسط كمية الصوديوم (ml/100gr) في النوع الأول (التفاح).

μ_O : متوسط كمية الصوديوم (ml/100gr) في النوع الثاني(البرتقال).

وفيما يلي خطوات اختبار الفرض:

- ✓ صياغة الفروض

$$H_o : \mu_A = \mu_O \quad OR \quad H_o : \mu_A - \mu_O = 0$$

H_0 : لا يوجد فرق معنوي وذو دلالة بين متوسطي كمية الصوديوم المضاف لكلا النوعين من العصائر

$$H_1 : \mu_A \neq \mu_O \quad OR \quad H_1 : \mu_A - \mu_O \neq 0$$

H_1 : يوجد فرق معنوي وذو دلالة بين متوسطي كمية الصوديوم المضاف لكلا النوعين من العصائر

- ✓ حساب إحصائية الاختبار t^*:

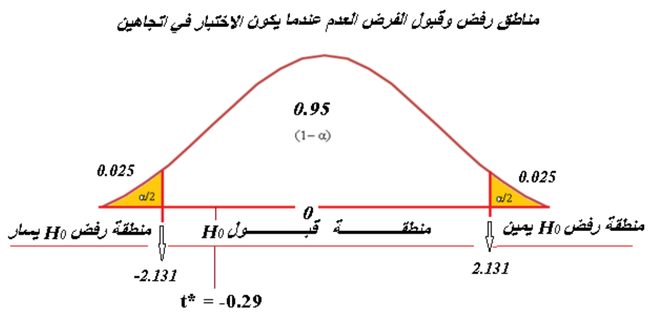
$$t^* = \frac{(\bar{y}_A - \bar{y}_O) - (\mu_A - \mu_O)_o}{\sqrt{MSE \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_O}\right)}} = \frac{(5.16 - 5.2) - 0}{\sqrt{0.8069\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{8}\right)}} = -0.29 \qquad (5.5)$$

- ✓ مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$.

- ✓ تحديد القيم الجدولية أو الحرجة: بما أن الاختبار في اتجاهين، إذا قيمة t الجدولية هي: $\pm t_{(1-\alpha/2, n_A + n_O - 2)} = \pm t_{(0.975, 15)} = \pm 2.131$

- ✓ القرار: بما أن قيمة إحصاء الاختبار المحسوبة $t^* = -0.29$ تقع في منطقة قبول

الفرض العدم، إذا يقبل فرض العدم $H_o : \mu_A - \mu_O = 0$ ويرفض الفرض البديل $H_1 : \mu_A - \mu_O \neq 0$ ويستدل من ذلك أن متوسط كمية الصوديوم المضاف لعصير التفاح لا يختلف معنويا عن متوسط كمية الصوديوم المضاف لعصير البرتقال، وذلك عند مستوى معنوية 5% .



ملاحظة: في الاختبار أعلاه يلاحظ أن $|t^*| = 0.29 < t_{(0.975,15)} = 2.131$ ووفقا للقاعدة يقبل فرض العدم ويرفض الفرض البديل.

➢ اختبار تساوي تبايني مجتمعين Test Equal of Two Variances

خطوات الاختبار

✓ صياغة الفروض

الفرض العدم H_o	*الفرض البديل* H_a
$H_o : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

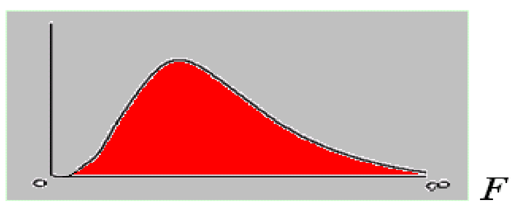
✓ تحديد التوزيع الاحتمالي لإحصائية الاختبار

إذا كان S_1^2 ، S_2^2 ، هما تبايني العينتين المسحوبتين من المجتمعين بحيث أن $(S_1^2 \succ S_2^2)$،

فإن إحصائية الاختبار هي:

$$F^* = \frac{S_1^2}{S_2^2} \sim F_{\left((n_1-1),(n_2-1)\right)} \qquad (3-5)$$

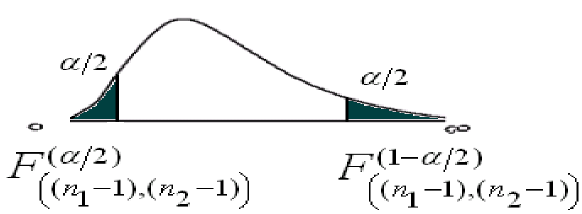
حيث أن F^* تحت صحة الفرض العدم لها توزيع احتمالي يسمى توزيع F بدرجات حرية بسط (n_1-1)، ودرجات حرية مقام. (n_2-1) ، وهما معالم هذا التوزيع ، كما يعتبر توزيع F توزيع موجب الالتواء ، ويعبر عنه بمنحنى يأخذ الصورة التالية:



والجدول رقم (3) يبين توزيع مئويات F.

- ✓ تحديد مستوى المعنوية، ومناطق الرفض والقبول من خلال استخراج القيمة الجدولية، وهي:

$$F_{\left((n_1-1),(n_2-1)\right)}^{(\alpha/2)} , \quad F_{\left((n_1-1),(n_2-1)\right)}^{(1-\alpha/2)}$$



وحيث أننا وضعنا تباين العينة الأكبر في البسط، وتباين العينة الأصغر في المقام، سوف نستخدم منطقة الرفض اليمنى فقط.

✓ القرار:

إذا كان قيمة F^* المحسوبة أكبر من $F^{(1-\alpha/2)}_{\left((n_1-1),(n_2-1)\right)}$ الجدولية، يرفض فرض العدم $H_o:\sigma_1^2=\sigma_2^2$ ، ويستدل من ذلك على أن تبايني المجتمعين غير متساويين.

اختبار التجانس في التطبيق السابق

- البيانات المتاحة:

	العينة الأولى	العينة الثانية
n	$n_1=9$	$n_2=8$
S_i^2	$S_1^2=0.05056$	$S_2^2=0.11513$

- خطوات الاختبار

صياغة الفروض:

$H_o:\sigma_1^2=\sigma_2^2$ $\qquad$ $H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$

إحصائية الاختبار هي:

$$F^*=\frac{Max(S^2)}{Min(S^2)}=\frac{S_2^2}{S_1^2}=\frac{0.115}{0.051}=2.255$$

مناطق الرفض والقبول.

$$\alpha/2 = 0.025 \ , \ \alpha = 0.05$$

درجات حرية البسط: $n_2 - 1 = 8 - 1 = 7$ (التباين الأكبر)

درجات حرية المقام : $n_1 - 1 = 9 - 1 = 8$ (التباين الأصغر)

إذا القيمة الجدولية هي:

$$F^{(1-\alpha/2)}_{\left((n_2-1),(n_1-1)\right)} = F^{(0.975)}_{(7,8)} = 4.53$$

القرار :

بما أن $F^{*} = 2.255 \prec F^{(0.975)}_{(7,8)} = 4.53$ إذا لا يمكننا رفض الفرض العدم ، ويستدل من ذلك على أن التباينين متساويين.

ثانيا: الاستدلال الإحصائي للفرق $\mu_d = (\mu_2 - \mu_1)$ إذا كانت العينتان غير مستقلتين

يقصد بالعينتين غير المستقلتين ، أن مشاهدات العينة الثانية له علاقة بمشاهدات العينة الأولى، ويحدث ذلك في كثير من المجالات التطبيقية، عندما يتم أخذ القراءة على المفردة عدد من المرات، وذلك بعد كل محاولة أو معالجة تم تطبيقها. ومن الأمثلة على ذلك قياس مستوى الضغط قبل العلاج، ومرة أخرى بعد العلاج. وفي هذه الحالة إذا وجد اختلاف بين المتوسطين، يمكن إرجاعه لأثر الطريقة.

خطوات الاختبار:

✓ حساب الفروق $d = y_{after} - y_{befor}$ ، ثم يحسب لها المتوسط والتباين، كما سبق:

$$\bar{d} = \sum d_i / n \qquad S_d^2 = \frac{\sum d^2 - \left(\sum d\right)^2 / n}{n-1}$$

في هذه الحالة يتم اختبار فرض حول متوسط الفرق $\mu_d = \mu_2 - \mu_1$ ، باعتباره اختبار خاص بمتوسط مجتمع، ومن ثم يمكن تلخيص خطوات الاختبار في النقاط التالية:

✓ صياغة الفروض:

الفرض العدم H_o	*الفرض البديل* H_1
$H_o : \mu_d = \mu_{do}$	$H_a : \mu_d \neq \mu_{do}$
$H_o : \mu_d = \mu_{do}$	$H_a : \mu_d \succ \mu_{do}$
$H_o : \mu_d = \mu_{do}$	$H_a : \mu_d \prec \mu_{do}$

✓ حساب إحصائية الاختبار.

$$t^* = \frac{\bar{d} - \mu_{do}}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}}$$

✓ مناطق الرفض والقبول.

بتحديد مستوى المعنوية، ونوع اتجاه الفرض البديل يمكن استخراج القيمة الجدولية من توزيع t عند درجات حرية $(n-1)$ ، ومن ثم يمكن تحديد مناطق الرفض والقبول.

✓ القرار.

إذا كانت $|t|^{*} \succ t_{(A,n-1)}$ نرفض فرض العدم، ونقبل الفرض البديل.

➢ تطبيق (4−2)

البيانات التالية تمثل أوزان عينة عشوائية من الأطفال حجمها 7 أطفال في الفئة العمرية (10−8) قبل وبعد تطبيق نظام غذائي لزيادة أوزانهم بالكيلو جرام.

رقم الطفل	1	2	3	4	5	6	7
الوزن قبل النظام	30.51	29.37	28.72	31.33	31.56	29.80	30.50
الوزن بعد النظام	36.32	37.51	35.47	38.20	36.52	37.22	38.95

هل تدل البيانات أعلاه على أن البرنامج الغذائي له دور معنوي في زيادة الوزن؟

$\alpha = 0.01$

➢ مناقشة التطبيق

بإتباع نفس الخطوات المذكورة أعلاه، يمكننا إجراء الاختبار.

No.	W_{befor}	W_{after}	$d = W_{after} - W_{befor}$	d^2
1	30.51	36.32	5.81	33.7561
2	29.37	37.51	8.14	66.2596
3	28.72	35.47	6.75	45.5625
4	31.33	38.20	6.87	47.1969
5	31.56	36.52	4.96	24.6016
6	29.80	37.22	7.42	55.0564

7	30.50	38.95	8.45	71.4025
Total			**48.4**	**343.8356**

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n} = \frac{48.4}{7} = 6.91$$

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum d^2 - \frac{\left(\sum d\right)^2}{n}}{n-1}} = \sqrt{\frac{343.8356 - \frac{48.4^2}{7}}{6}} = 1.237$$

✓ صياغة الفروض.

يود الباحث أن يوصي باستخدام النظام الغذائي لأنه يؤدي إلى حدوث زيادة معنوية وذات دلالة في الوزن ، أي أن الباحث يريد إثبات أن :

$$H_1 : \mu_d = (\mu_{after} - \mu_{befor})_o > 0$$

ومن ثم يصاغ الفرض العدم والبديل كالتالي:

$$H_o : \mu_d = 0 \qquad H_1 : \mu_d > 0$$

✓ إحصائية الاختبار.

$$t^* = \frac{\bar{d} - \mu_{do}}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}} = \frac{6.91 - 0}{\left(\frac{1.237}{\sqrt{7}}\right)} = 14.8$$

✓ قيمة t الجدولية مستوى معنوية $(\alpha = 0.01)$ ودرجات حرية 6 هي:

$$t_{((1-\alpha),(n-1))} = t_{(0.99,6)} = 3.143$$

✓ القرار.

بمـا أن $(t_{(0.95,6)} = 3.143) > (t^* = 14.8)$ ، إذا نـرفض فـرض العـدم ، ونقبـل الفـرض البديل، ونوصـي بضـرورة اتبـاع النظام الغذائي لأنـه يؤدي إلـى حدوث زيـادة معنويـة وذات دلالة في الوزن، وذلك عند مستوى معنوية 1 %.