الإختبار الفصلي الأول لمقرر 111 ريض	جامعة الملك سعود – كلية العلوم- قسم الرياضيات
الفصل الأول 1436 / 1437 هـ الزمن: ساعة ونصف الدرجة: $\frac{\quad}{25}$	الإسم / .... الرقم الجامعي / .... أستاذ المقرر / ....

ملاحظات : 1. عدد الورقات أربعة و ورقة مسودة 2. ممنوع استخدام الآلة الحاسبة

السؤال الأول : استخدم مجموع ريمان لحساب قيمة التكامل $\int_0^3 (2x-1)dx$. (3 درجات)

1 $$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{b-a}{n}\right)\sum_{k=0}^{n} f\left(a+k\left(\frac{b-a}{n}\right)\right)$$

$$a=0 \; ; \; b=3 \; ; \; f(x)=2x-1$$

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{3}{n} \; ; \; x_k = a+k\left(\frac{b-a}{n}\right) = \frac{3k}{n}.$$

0,5 $$f(x_k) = f\left(\frac{3k}{n}\right) = \frac{6k}{n}-1$$

$$\int_0^3 f(x)\,dx = \int_0^3 (2x-1)\,dx = \lim_{n\to\infty} \frac{3}{n}\left[\sum_{k=0}^{n}\left(\frac{6k}{n}-1\right)\right] = \lim_{n\to\infty}\left[\frac{18}{n^2}\left(\sum_{k=0}^{n}k\right)-\frac{3}{n}n\right]$$

1,5 $$= \lim_{n\to\infty}\frac{18}{n^2}\,\frac{n(n+1)}{2}-3 = 9-3=6.$$

السؤال الثاني: أوجد قيمة c التي تحقق مبرهنة القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=1+x^2$ على الفترة $[-1,2]$.
(3 درجات)

1 $$\int_a^b f(x)\,dx = (b-a)\,f(c)$$

1 $$\int_{-1}^{2}(1+x^2)\,dx = \left[x+\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{2} = 6 = 3f(c)$$

$$1+c^2=2$$

$$c^2=1$$

$$c=\pm 1$$

1 بما أن $c\in(-1,2)$ فإن $\boxed{c=1}$

السؤال الثالث: إذا كانت $F(x)=\int_{\cos x}^{\sin(2x)}\sqrt{1-t^2}\,dt$ فأوجد $F'(0)$. (3 درجات)

$$\frac{d}{dx}\int_{g(x)}^{h(x)} f(t)\,dt = f(h(x))\,h'(x) - f(g(x))\,g'(x)$$

2 $$F'(x) = 2\left(\sqrt{1-\sin^2 2x}\right)\cos(2x) + \sqrt{1-\cos^2 x}\,\sin x$$

1 $$F'(0) = 2$$

السؤال الرابع: احسب $\frac{dy}{dx}$ فيما يلي:

(أ) $y=(\cos x).(\ln x)$, حيث $x>0$. (درجتان)

$$\frac{dy}{dx} = (-\sin x)\ln x + (\cos x)\,\frac{1}{x}$$

1 1

(ب) $y = 2^{\sqrt{x}+\tan x}$ (درجتان)

$$\frac{dy}{dx} = (\ln 2)\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \sec^2 x\right) . 2^{\sqrt{x}+\tan x}$$

1 1

(درجتان) $y = \frac{(1+x^2)(1-x)^2}{(3+x^3)^5}$ (ج)

1 $$\ln|y| = \ln(1+x^2) + 2\ln(1-x) - 5\ln|3+x^3|.$$

1 $$\frac{dy/dx}{y} = \frac{2x}{1+x^2} - \frac{2}{1-x} - \frac{15x^2}{3+x^3}$$

$$\frac{dy}{dx} = \left[\frac{2x}{1+x^2} - \frac{2}{1-x} - 15\frac{x^2}{3+x^3}\right] \cdot \frac{(1+x^2)(1-x)^2}{(3+x^3)^5}.$$

<u>السؤال الخامس:</u> احسب التكاملات التالية :

(درجتان) $\int \frac{x+1}{x^5}\,dx$ (أ)

0,5 $$\int \frac{x+1}{x^5}\,dx = \int (x^{-4} + x^{-5})\,dx$$

1,5 $$= \frac{x^{-3}}{-3} + \frac{x^{-4}}{-4} + c$$

$$= -\frac{1}{3x^3} - \frac{1}{4x^4} + c$$

(درجتان) $\int_0^2 |x-1|\,dx$ (ب)

x	0	1	2
$\|x-1\|$	$(1-x)$	ϕ	$(x-1)$

1 $$\int_0^2 |x-1|\,dx = \int_0^1 (1-x)\,dx + \int_1^2 (x-1)\,dx$$

$$= \left[x - \frac{x^2}{2}\right]_0^1 + \left[\frac{x^2}{2} - x\right]_1^2$$

1 $$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

(ج) $\int \frac{\tan\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}\,dx$ (درجتان)

$$\int \frac{\tan(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\,dx = 2\int \tan u\,du$$

1 $u = \sqrt{x}$, $du = \frac{dx}{2\sqrt{x}}$

$$= 2\int \frac{\sin u}{\cos u}\,du \quad 1$$

$$= -2\ln|\cos u| + c$$

$$= \ln(\sec^2 u) + c = \ln(\sec^2\sqrt{x}) + c$$

(د) $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\,dx$ (درجتان)

$$\int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2}\,dx = -\int_1^{1/2} e^u\,du$$

1 $u = 1/x$, $du = -1/x^2\,dx$

$$= \int_{1/2}^{1} e^u\,du = \left[e^u\right]_{1/2}^{1}$$

$$= e - \sqrt{e} > 0 \quad 1$$

(هـ) $\int_2^4 \frac{dx}{x\ln x}$ (درجتان)

$$\int_2^4 \frac{dx}{x\ln x} = \int_{\ln 2}^{\ln 4} \frac{du}{u} = \left[\ln u\right]_{\ln 2}^{\ln 4}$$

1 $u = \ln x$, $du = \frac{dx}{x}$

$$= \ln(\ln 4) - \ln(\ln 2)$$

$$= \ln\left(\ln 4/\ln 2\right)$$

1

$$= \ln 2 > 0$$