كلية العلوم – قسم الرياضيات

أختبار أعمال السنة (2)
للفصل الدراسي الثاني لعام 1439/1438هـ
اسم المقرر: مقدمة في المعادلات التفاضلية الجزئية
رقم المقرر: 425 ريض   الزمن: ساعة ونصف

## أجب عن الأسئلة التالية:

### السؤال الأول:

(أ) بأستخدام طريقة تحليل المؤثر، أوجد الحل العام للمعادلة الآتية:

$$u_{xx}-u_{yy}+2u_x+u=y^2+2\sin(x+2y)$$

(ب) أوجد حل معادلة لابلاس

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0\ ,\ 0<x<2,\ 0<y<1$$

بالشروط الحدية التالية:

$$u(0,y)=u_x(2,y)=0\ ,\ \ 0<y<1$$
$$u(x,0)=0\ ,\ u(x,1)=\sin\tfrac{5\pi x}{4}\ ,\ \ 0<x<2$$

---

### السؤال الثاني:

أثبت أن حل مسألة ديريشلية للا سطوانة في حالة $f(r,\theta)=V_0(1-r^2/a^2)$ يكون على الصورة

$$u(r.z)=8V_0\sum_{k=1}^{\infty}\frac{J_0(\frac{\xi_k r}{a})\sinh[\xi_k(h\text{-}z)/a]}{\xi_k^3 J_1(\xi_k)\sinh(\xi_k h/a)}$$

إرشاد: $a_k=\dfrac{1}{\pi a^2\sinh(\xi_k h/a)[J_1(\xi_k)]^2}\displaystyle\int_0^a\int_0^{2\pi}f(r,\theta)J_0(\tfrac{\xi_k r}{a})rdrd\theta,\ k=1,2,\ldots$

---

### السؤال الثالث:

أثبت أن حل مسألة القيمة الابتدائية – الحدية التالية:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\alpha^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\ ,\ \ 0<x<L\ ,\ t>0$$
$$u(0,t)=u(L,t)=0\ ,\ \ t>0$$
$$u(x,0)=f(x)\ ,\ \ 0<x<L$$
$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0)=g(x)\ ,\ \ 0<x<L$$

يكون علي الصورة $u(x,t)=\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}[a_n\cos\frac{n\pi\alpha}{L}t+b_n\sin\frac{n\pi\alpha}{L}t]\sin\frac{n\pi x}{L}$ ، مع إيجاد المعاملات $a_n\ ,\ b_n$

---

مع أطيب التمنيات ،،، د. عماد المهدي