Definite Integral
التكامل المحدد
Math 111
Lecture 2

Dr. Nasser Bin Turki

King Saud University
Department of Mathematics

2016

تعريف التكامل المحدد: ليكن لدينا الدالة f معرفة على الفترة $[a,b]$.
التكامل المحدود لدالة f من a إلي b هو

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{||p||\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f(w_k)\Delta x.$$

حث أن العددين a,b هما حدود التكامل .

بإستخدام التعريف السابق نستطيع كتابة التالي :

- $\lim_{||p||\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f(w_k^2+2)x_k; \quad [a,b]=[1,2]$

$$\int_1^2 f(x^2+2)dx.$$

- $\lim_{||p||\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f(w_k^2+w_k-55)x_k; \quad [a,b]=[3,5]$

$$\int_3^5 f(x^2+x-55)dx.$$

حقائق:

إذا كان $a < b$ فان:

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx.$$

إذا وُجد $f(x)$ فان:

$$\int_a^a f(x)dx = 0.$$

ملاحظات:

إذا كان لدينا الدالة f متصلة على الفترة $[a,b]$ وكان $f(x) \geq 0$ ،
$x \in [a,b]$ فان:

- $\int_a^b f(x)dx \geq 0.$
- $\int_a^b f(x)dx = A.$

حيث انا A هي المساحة تحت المنحني لدالة f .

نظرية :

إذا كان لدينا الدالة f متصلة على الفترة $[a,b]$ فإن f قابلة للتكامل علي الفترة $[a,b]$.

نظرية :

إذا كانت الدالة f دالة مطردة (أي تزايدية أو تناقصية) علي الفترة $[a,b]$ فإن f قابلة للتكامل علي الفترة $[a,b]$.

بعض التكاملات الأساسية:

(1) $\int 1\,dx = \int dx = x + C$

(2) $\int x^r\,dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + C\ (r \neq -1)$

(3) $\int \cos x\,dx = \sin x + C$

(4) $\int \sin x\,dx = -\cos x + C$

(5) $\int \sec^2 x\,dx = \tan x + C$

(6) $\int \csc^2 x\,dx = -\cot x + C$

(7) $\int \sec x \tan x\,dx = \sec x + C$

(8) $\int \csc x \cot x\,dx = -\csc x + C$

Examples

أحسب المساحة الموجودة تحت الدوال التالية:

- (1) $f(x) = x + 5, \quad [-4, 4],$
- (2) $f(x) = 4x + 3, \quad [3, 5],$
- (4) $f(x) = \sqrt{x}, \quad [1, 4.],$
- (3) $f(x) = |x|, \quad [-2, 2].$

Properties of Definite Integral

خواص التكامل المحدد

- $\int_a^b c\,dx = c(b-a), c \in \mathbb{R},$
- إذا كانت f قابلة للتكامل على $[a,b]$ ، $c \in \mathbb{R}$ فإن
  $\int_a^b cf(x)dx = c\int_a^b f(x)dx.$
- $$\int_a^b |f(x) \pm g(x)|dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$$

- إذا كانت الدالتين f, g قابلتين للتكامل على الفترة $[a, b]$ وكان

$$f(x) \geq g(x)$$

لكل $x \in [a, b]$ فان

$$\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx.$$

- إذا كانت الدالة f قابله للتكامل على الفترتين $[a, c]$ و $[c, b]$ فإن f قابلة لتكامل على الفترة $[a, b]$ وإن :

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$$

مثال: اذا كانت

$$f(x) = 4x^3 + 2, \quad x < 0$$

$$f(x) = x - 5, \quad x \geq 0$$

احسب

$$\int_{-1}^{2} f(x)dx?$$

Exercises:

احسب التكاملات التالية:

- (1) $\int_0^2 x^3 - 3x + 6dx.$
- (2) $\int_0^3 (3x-1)^2 dx.$
- (3) $\int_0^3 3\sqrt{t}dt.$

Thanks for listening.