نظريات القياس
العرض 2

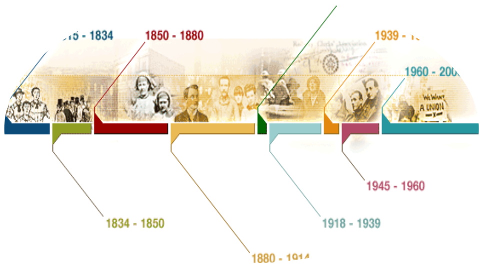
د. سيف بن فهد القحطاني

نظريات القياس 581

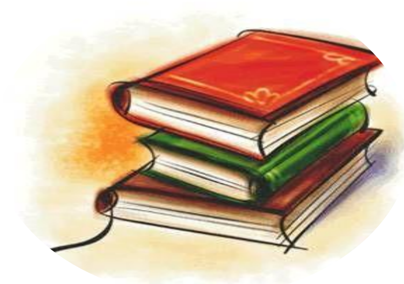
يناير 2016

متوسط وتباين المتغيرات الثنائية

(Binary Variables))



التغاير- التباين المشترك (Covariance)



متوسط متغيرين

تباين متغيرين

السؤال الأول
1
0
1
0
0

المتغير الثنائي (مثل صح-خطأ)

متوسط المتغير الثنائي

$$E(X) = p$$

$$p = \frac{\text{عدد الإجابات الصحيحة}}{\text{عددالإجابات}}$$

$$p = \frac{2}{5} = .4$$

المتغير الثنائي (مثل صح-خطأ)

السؤال الأول
1
0
1
0
0

تباين المتغير الثنائي

$$\sigma^2 = \boldsymbol{pq}$$

$$\boldsymbol{q} = (1 - \boldsymbol{p})$$

$$\sigma^2 = .4 * .6 = .24$$

الانحراف المعياري للمتغير الثنائي

$$\sigma = \sqrt{}(\boldsymbol{pq})$$

$$\sigma = \sqrt{}(.4 * .6)$$

$$\sigma = \sqrt{}(.24) \approx .489$$

التغاير (التباين المشترك) Covariance

الرقم	X	Y	(X -متوسط قيم x)	تربيع (انحراف قيم x عن متوسطها)	y- (متوسط قيم y)	تربيع (انحراف قيم y عن متوسطها)	حاصل ضرب انحرافات المتغيرين
1	2	1	-2	4	-1	1	2
2	4	2	0	0	0	0	0
3	6	3	2	4	1	1	2
المجموع	12	6	0	8	0	2	4
المتوسط	4	2					

$$Cov_{xy} = \frac{\Sigma(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{(n-1)} \quad = \quad \frac{4}{3-1} = 2$$

مصفوفة التباين والتباين المشترك

Variance-Covariance Matrix

$$\mathrm{Var}[X] = \begin{bmatrix} \mathrm{Var}[X_1] & \mathrm{Cov}[X_1, X_2] \\ \mathrm{Cov}[X_2, X_1] & \mathrm{Var}[X_2] \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \cdots & \sigma_p^2 \end{pmatrix} \qquad \Sigma = \begin{bmatrix} var(x) & cov(x,y) & cov(x,z) \\ cov(x,y) & var(y) & cov(y,z) \\ cov(x,z) & cov(y,z) & var(z) \end{bmatrix}$$

مصفوفة التباين والتباين المشترك
Variance-Covariance Matrix

$$\mathrm{Var}[X] = \begin{bmatrix} \mathrm{Var}[X_1] & \mathrm{Cov}[X_1, X_2] \\ \mathrm{Cov}[X_2, X_1] & \mathrm{Var}[X_2] \end{bmatrix}$$

	x	***y***
x	**4.00**	
y	**2.00**	**1.00**

تباين المتغير x

تباين المتغير x

التباين المشترك للمتغيرين x و y

$\mathrm{Cov}[X_2, X_1]$

تباين المتغير المركب من متغيرين

$$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y) + 2 \cdot Cov(X,Y)$$

$$= \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + 2 \cdot Cov(X,Y)$$

$$Var(X-Y) = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2 \cdot Cov(X,Y)$$

X	Y	X + Y
2	1	3
4	2	6
6	3	9

	x	*y*
x	4.00	
y	2.00	1.00

$$\sigma^2 = 4 + 1 + 2 * (2)$$

تباين المتغير

(y+x)

تباين المتغير المركب من متغيرين

$$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y) + 2 \cdot Cov(X,Y)$$
$$= \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + 2 \cdot Cov(X,Y)$$

$$Var(X-Y) = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2 \cdot Cov(X,Y)$$

X	Y	X - Y
2	1	1
4	2	2
6	3	3

	x	*y*
x	4.00	
y	2.00	1.00

تباين المتغير
(x–y)

$$\sigma^2 = 4 + 1 - 2 * (2)$$

علاقة معامل التغاير بمعامل الارتباط

- **Correlation**

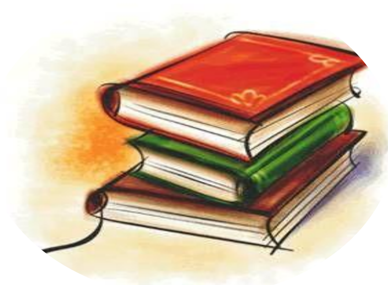
$$\rho = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{\mathrm{cov}(X,Y)}{\mathrm{StandardDev}(X) \times \mathrm{StandardDev}(Y)}$$

Covariance & correlation

$$\rho \sigma_X \sigma_Y = \sigma_{XY}$$

النظرية الكلاسيكية

Classical Test Theory



نظرية التعميم

Generalizability Theory

النظرية الكلاسيكية

Item Response Theory

النظرية الكلاسيكية

Classical Test Theory

- النموذج
- المصطلحات
- الافتراضات
- طرق حساب الثبات
- آليات حساب معاملات الثبات
- أمثلة

النظرية الكلاسيكية

Classical Test Theory

النموذج

$$O = T + E$$

O = الدرجة المشاهدة

T = الدرجة الحقيقية

E = الدرجة الخطأ

النظرية الكلاسيكية

Classical Test Theory

الافتراضات

1. الدرجة الحقيقية مستقلة عن الدرجة الخطأ
2. الدرجة الخطأ عشوائية (متوسطها صفر)
3. الدرجة الخطأ مستقلة عن أي درجة خطأ أخرى

وتفترض النظرية الكلاسيكية أن الدرجة الحقيقية هي الدرجة المتوقعة (المتوسط) للفرد عند إجراء جميع الاختبارات المتكافئة عليه

النظرية الكلاسيكية

Classical Test Theory

طرق حساب الثبات

1. معامل الاستقرار (Stability Coefficient)
2. معامل التكافؤ (Equivalency Coefficient)
3. معامل التجزئة النصفية (Split-Half Coefficient)
4. معامل كرونباخ ألفا (Cronbach's Alpha)
5. كيودر و رتشاردسون 20 (Kuder and Richardson 20)
6. كيودر و رتشاردسون 21 (Kuder and Richardson 21)

المعاملات من 3 وحتى 6 تسمى معاملات الاتساق الداخلي...وتنطلق من فكرة تكافؤ فقرات الاختبار عوضا عن تكافؤ الاختبارات ككل (Suen, 1990)

النظرية الكلاسيكية

Classical Test Theory

طرق حساب الثبات

1. **معامل الاستقرار** (Stability Coefficient)

يسمى بطريقة إعادة الاختبار (Test-Retest Method)

الطريقة

1- **تطبيق الاختبار على مجموعة من الأفراد**

2- **إعادة تطبيق الاختبار على نفس المجموعة**

3- **حساب قيمة معامل الارتباط بين درجات الاختبارين**

4- **قيمة معامل الارتباط = تساوي قيمة معامل الثبات**

1. معامل الاستقرار (Stability Coefficient)

عيوب

1- **تذكر الأسئلة** (الاستقرار يزيد الثبات---لكن الاستقرار هنا زائف)

2- **نسيان المعلومة** (العشوائية يخفض الثبات---لكن الوقت حاسم في تذكر المعلومة ونسيانها)

3- **النمو والتطور** (بعض السمات تنمو وتتطور بسرعة—وبالتالي الفرق الحقيقي سيبدو خطأ لعدم استقراره)

4- **فقدان بعض أفراد المجموعة في الاختبار الثاني**

5- **صعوبة تحديد الفترة الفاصلة المناسبة** (اسبوع-شهر- شهران إلخ.)

النظرية الكلاسيكية

Classical Test Theory

طرق حساب الثبات

2. **معامل التكافؤ** (Equivalency Coefficient)

الطريقة

1- **تطبيق الاختبار على مجموعة من الأفراد**

2- **إعادة تطبيق اختبار مكافئ على نفس المجموعة**

3- **حساب قيمة معامل الارتباط بين درجات الاختبارين**

4- **قيمة معامل الارتباط = تساوي قيمة معامل الثبات**

النظرية الكلاسيكية

Classical Test Theory

طرق حساب الثبات

2. معامل التكافؤ (Equivalency Coefficient)

الطريقة

1- تطبيق الاختبار على مجموعة من الأفراد

2- إعادة تطبيق اختبار مكافئ على نفس المجموعة

3- حساب قيمة معامل الارتباط بين درجات الاختبارين

4- قيمة معامل الارتباط = تساوي قيمة معامل الثبات

2. معامل التكافؤ (Equivalency Coefficient)

مزايا

1- التغلب على مشكلة تذكر الأسئلة

2-معاينة المحتوى+الوقت

عيوب

1- الكلفة المادية والبشرية (سنحتاج لضعف عدد الأسئلة)

2-فقدان بعض الأفراد في الاختبار الثاني

3- صعوبة إعداد صورتين متكافئتين (اختبار للشخصية مثلا)

النظرية الكلاسيكية

Classical Test Theory

طرق حساب الثبات

3. معامل التجزئة النصفية (Split-Half Coefficient)

الطريقة

1 - تطبيق الاختبار على مجموعة من الأفراد

2- تقسيم أسئلة الاختبار إلى جزأين متساويين

3-حساب قيمة معامل الارتباط بين درجات الجزأين

4- قيمة معامل الارتباط = تساوي قيمة معامل الثبات

3. معامل التجزئة النصفية (Split-Half Coefficient)

مزايا

التغلب على مشكلة

I. **تذكر الأسئلة**

II. **الكلفة المادية**

III. **فقدان بعض الأفراد في الاختبار الثاني**

IV. **إعداد صور متكافئة للاختبارات**

العيوب

1. **صعوبة تحديد النصفين** (الفردية مقابل الزوجية مثلا)
2. **انخفاض معامل الثبات بسبب خفض عدد الأسئلة عند التجزئة**

3. معامل التجزئة النصفية (Split-Half Coefficient)

من العوامل المؤثرة في معامل الثبات طول الاختبار (Lord, 1957)

ولأن طريقة حساب معامل التجزئة النصفية تقوم على تجزئة الاختبار إلى جزأين وبالتالي خفض عدد الأسئلة جاءت معادلة سبيرمان براون لتصحيح معامل الثبات من هذا الأثر

معامل الثبات المصحح

معامل الثبات قبل التصحيح

$$\rho^*_{xx'} = \frac{N\rho_{xx'}}{1+(N-1)\rho_{xx'}}$$

نسبة الزيادة في عدد الفقرات وفي التجزئة النصفية دائما تساوي 2

الطريقة

I. حساب قيمة معامل الارتباط بين درجات الجزأين

II. قيمة معامل الارتباط = تساوي قيمة معامل الثبات

III. عوض في المعادلة أعلاه لتحصل على معامل الثبات المصحح

طرق حساب الثبات

4. معامل كرونباخ ألفا (Cronbach's Alpha)

الطريقة

1- تطبيق الاختبار على مجموعة من الأفراد

2- إيجاد قيمة معامل التغاير الثنائي للفقرات أو التباينات الفردية

4- التعويض في المعادلة التالية

5- معامل كرونباخ ألفا "تقدير أدنى لحساب متوسط جميع الارتباطات الثنائية"

$$\alpha = \frac{K}{K-1}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{K} \sigma_{Y_i}^2}{\sigma_X^2}\right)$$

مثال على طرق حساب الثبات

4. معامل كرونباخ ألفا (Cronbach's Alpha)

$$\frac{k}{k-1}\left(\frac{\sum_{i\neq j}^{k} cov(x_i, x_j)}{var(x_0)}\right) = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{j=1}^{k} var(x_j)}{var(x_0)}\right)$$

X	Y	Z	TOTAL
2	1	1	4
4	2	4	10
6	3	5	14
التباين			
4	1	4.33	25.33

$$\alpha = \frac{3}{3-1}[1 - \frac{4+1+4.33}{25.33}]$$

$$\alpha = \frac{3}{2}[1 - \frac{9.33}{25.33}]$$

$$\alpha = .947$$

طرق حساب الثبات

5. كيودر و رتشاردسون 20 (Kuder and Richardson 20)

حساب مختصر لطريقة كرونباخ عندما يكون المتغير ثنائي التصحيح

الطريقة

1 - تطبيق الاختبار على مجموعة من الأفراد

2- حساب قيمة معامل كيودر و رتشاردسون 20 وفقا للمعادلة التالية

$$\rho_{KR20} = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{j=1}^{k} p_j q_j}{\sigma^2}\right)$$

التحويلات الخطية

الدرجة الزائية Z Score

X	X-X	$(X-X)^2$	Z
2	-2	4	-1
4	0	0	0
6	2	4	1
المتوسط			المتوسط
4			0
الانحراف المعياري			الانحراف المعياري
2			1

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

الدرجة المحولة

المحولة	Z
b + (a * Z)	-1
	0
	1
المتوسط	المتوسط
b	0
الانحراف المعياري	الانحراف المعياري
a	1

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

(a) **عامل تضخيم (انكماش) للمقياس**

(b) **عامل تحديد للمركز**

وعليه سيكون المقياس الجديد له متوسط وقيمته

b

وانحراف معياري وقيمته

a

الدرجة المحولة

متوسط 600 وانحراف معياري 200
400
600
800
المتوسط
600
الانحراف المعياري
200

متوسط 50 وانحراف معياري 10
40
50
60
المتوسط
50
الانحراف المعياري
10

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

Z
-1
0
1
المتوسط
0
الانحراف المعياري
1

التحويل على الدرجات الزائية

ملاحظة

- الموضوعات التالية موجودة في العرض الأول ووضعت هنا فقط لإتاحة الفرصة لرؤية التداخل والترابط بين موضوعات العرض الأول والعرض الثاني

التحويلات على مقاييس النزعة المركزية (1)

- إضافة مقدار ثابت لكل القيم
- لو أضفنا مقدارا ثابتا (a) لكل القيم فإن مقاييس النزعة المركزية (المتوسط / الوسيط / المنوال) الجديدة تساوي مقياس النزعة المركزية القديم + a
- مثال: متوسط القيم التالية يساوي (2)

3	2	1

- لو أضفنا مقدارا ثابتا (a) لكل قيمة ولنقل 5 فإن القيم ستصبح

8	7	6

- ومتوسط هذه القيم يساوي (7) وتم حسابه كالتالي: (6+7+8) ويقسم على عددها (3)
- لاحظ العلاقة بين المتوسط القديم (2) والمتوسط الجديد (7)
- المتوسط القديم مضافا إليه المقدار الثابت (a)
- المتوسط القديم (2) مضافا إليه المقدار الثابت (5) يساوي(7)
- تذكر أن العلاقة تنطبق على مقاييس النزعة المركزية الأخرى

التحويلات على مقاييس النزعة المركزية (2)

- ضرب كل قيمة في مقدار ثابت
- لو **ضربنا** كل القيم في مقدار ثابت (a) فإن مقاييس النزعة المركزية (المتوسط / الوسيط / المنوال) الجديدة **تساوي مقياس النزعة المركزية القديم مضروبا في (a)**
- مثال: متوسط القيم التالية يساوي (2)

3	2	1

- لو ضربنا جميع القيم في مقدار ثابت (a) ولنقل 5 فإن القيم ستصبح

15	10	5

- ومتوسط هذه القيم يساوي (10) وتم حسابه كالتالي: (5+10+15) مقسوما على عددها (3)
- لاحظ العلاقة بين المتوسط القديم (2) والمتوسط الجديد (10)
- المتوسط القديم مضروبا في المقدار الثابت (a)
- المتوسط القديم (2) مضروبا في المقدار الثابت (5) يساوي(10)
- تذكر أن العلاقة تنطبق على مقاييس النزعة المركزية الأخرى؟

التحويلات على مقاييس التشتت (1)

- إضافة مقدار ثابت لكل القيم
- لو أضفنا مقدارا ثابتا (a) لكل القيم فإن مقاييس التشتت (المدى / الانحراف المعياري/ التباين) الجديدة تساوي مقياس التشتت القديمة
- مثال: مدى القيم التالية يساوي (5) وتم حسابه كاتالي (7-2)

2	3	5	7

- لو أضفنا مقدارا ثابتا (a) لكل قيمة ولنقل 5 فإن القيم ستصبح

7	8	10	12

- ومدى هذه القيم يساوي (5) وتم حسابه كالتالي: (12-7)
- لاحظ العلاقة بين المدى القديم (5) المدى الجديد (5)
- المدى القديم يساوي المدى الجديد بمعنى أن مقاييس التشتت **لاتتأثر بإضافة** مقدار ثابت لكل القيم
- تذكر أن العلاقة تنطبق على مقاييس التشتت الأخرى

التحويلات على مقاييس التشتت (2)

- ضرب كل قيمة في مقدار ثابت
- لو **ضربنا** كل القيم في مقدار ثابت (a) فإن مقاييس التشتت (المدى / الانحراف المعياري) الجديدة **تساوي مقياس التشتت القديم مضروبا في (|a|)** أي القيمة المطلقة ل (a)
- مثال: مدى القيم التالية يساوي (5)

7	5	3	2

- لو ضربنا جميع القيم في مقدار ثابت (a) ولنقل 5 فإن القيم ستصبح

35	25	15	10

- **ومدى** هذه القيم يساوي (25) وتم حسابه كالتالي: (35-10)
- لاحظ العلاقة بين المدى القديم (5) والمدى الجديد (25)
- المدى القديم مضروبا في المقدار الثابت (**|a|**)
- المتوسط القديم (5) مضروبا في المقدار الثابت (5) يساوي(25)
- تذكر أن العلاقة تنطبق على مقاييس التشتت الأخرى ماعدا **التباين**؟

التحويلات على مقاييس التشتت (3)

- ضرب كل قيمة في مقدار ثابت
- لو **ضربنا** كل القيم في مقدار ثابت (a) فإن التباين الجديد **يساوي التباين القديم مضروبا في**
- **(a - تربيع)** أي قيمة المقدار الثابت بعد تربيعه
- مثال: تباين القيم التالية يساوي (1)

1	2	3

- لو ضربنا جميع القيم في مقدار ثابت (a) ولنقل 5 فإن القيم ستصبح

5	10	15

- **فتباين** هذه القيم يساوي (25) وتم حسابه كما في الجدول:

X	X - X	(X-X)
5	-5	25
10	0	0
15	+5	25
	$\frac{50}{2}$	

- لاحظ العلاقة بين التباين القديم (1) والتباين الجديد (25)
- التباين القديم مضروبا في **مربع المقدار** الثابت (**a**)
- المقدار 5 وبعد تربيع يصبح 25
- تذكر أن التباين الجديد يساوي القديم مضروبا في مربع المقدار الثابت

الارتباط

- أساليب إحصائية تهدف إلى تعيين طبيعة وقوة العلاقة بين متغيرين أو أكثر
- معاملات الارتباط:
- معامل ارتباط بيرسون ρ (لقياس علاقة بين متغيرين كميين)
- معامل ارتباط سبيرمان (لقياس العلاقة بين متغيرين من المستوى الرتبي)
- معامل ارتباط فاي (لقياس العلاقة بين متغيرين من المستوى الكيفي الثنائي)
- معامل ارتباط بوينت بايسيريل (لقياس العلاقة بين متغيرين أحدهما كمي والآخر نوعي ثنائي)
- معامل ارتباط كندل (لقياس العلاقة بين اسميين من المستوى الرتبي)
- معامل التوافق

الرقم	X	Y	(X -متوسط قيم x)	تربيع (انحراف قيم x عن متوسطها)	y- (متوسط قيم y)	تربيع (انحراف قيم y عن متوسطها)	حاصل ضرب انحرافات المتغيرين
1	10	9	4	16	4	16	16
2	8	7	2	4	2	4	4
3	7	2	1	1	-3	9	-3
4	4	3	-2	4	-2	4	4
5	5	4	-1	1	-1	1	1
6	2	5	-4	16	0	0	0
المجموع	**36**	**30**	0	**42**	0	**34**	**22**
المتوسط	6	**5**	لابد وأن يكون		لابد وأن يكون		

معامل ارتباط بيرسون Pearson

- وباستخدام المعادلة التالية:

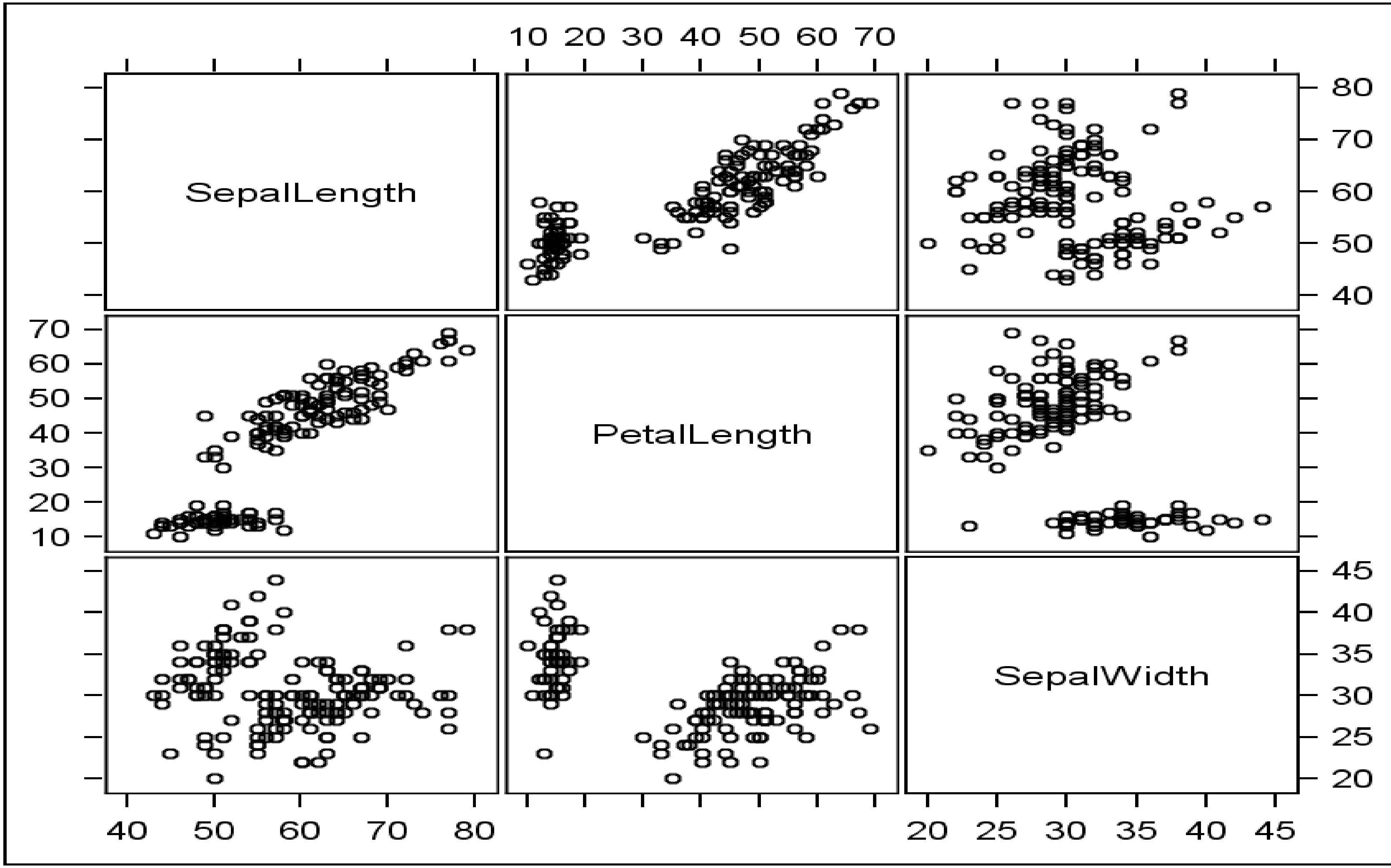
$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\left(x_i - \bar{x}\right)\left(y_i - \bar{y}\right)\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2}}$$

- $22 \div \sqrt{(42 * 34)}$
- $= 0.58$

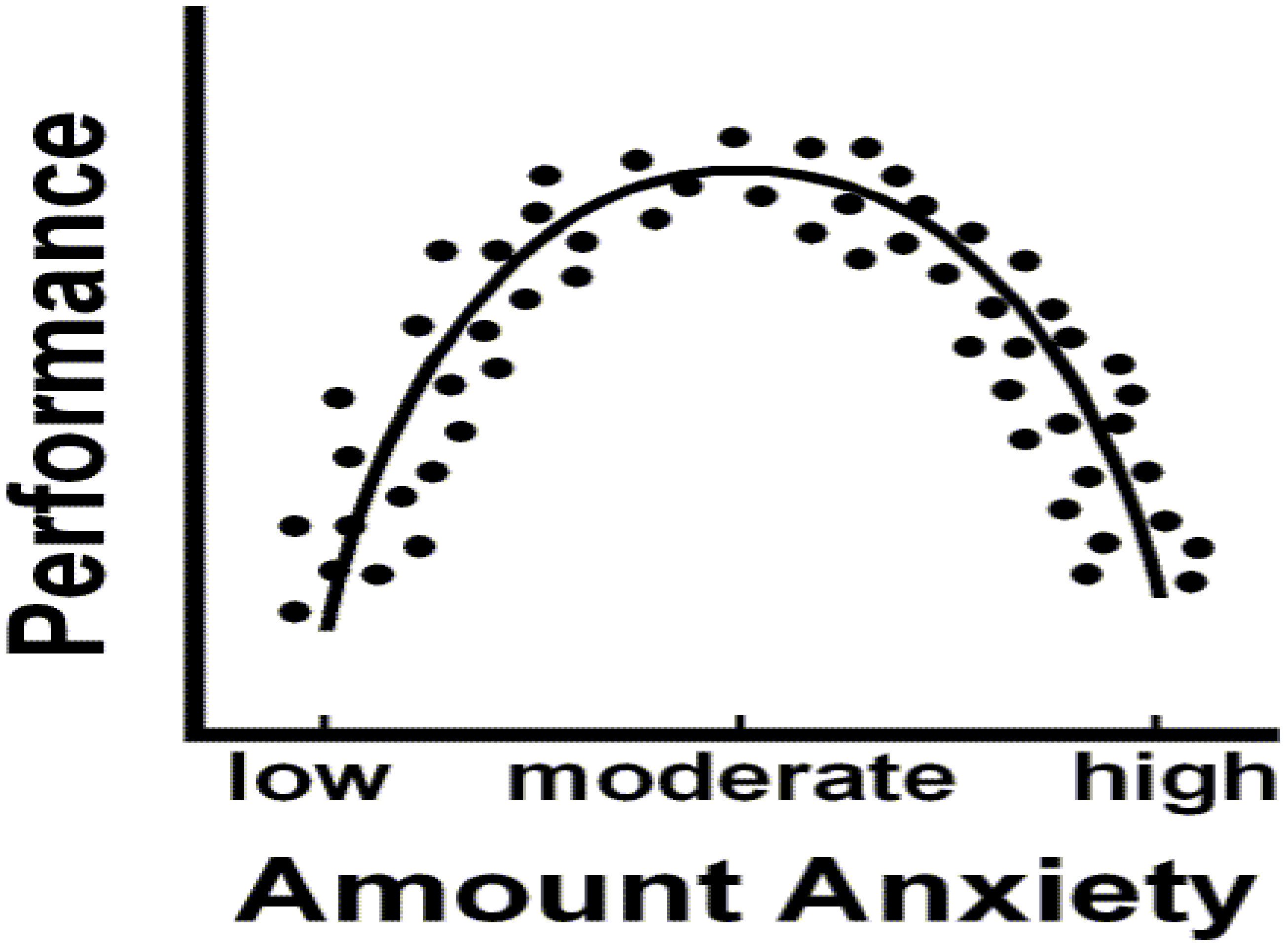
تذكر ؟

- الارتباط لايعني السببية
- معامل ارتباط بيرسون يقيس فقط العلاقات الخطية
- قيم معامل ارتباط بيرسون تتراوح مابين (صفر و + أو – 1)
- القيمة العظمى لبيرسون 1 سواء كانت موجبا أو سالبا والقيمة الصغرى صفر
- قيمة 1 تعنى ارتباط تام وصفر تعني انعدام الارتباط الخطي
- القيمة الموجبة تعني أن العلاقة طردية أو موجبة
- القيمة السالبة تعني أن العلاقة عكسية
- افحص الرسم الانتشاري (Scatter Plot) قبل الشروع في حساب المعامل

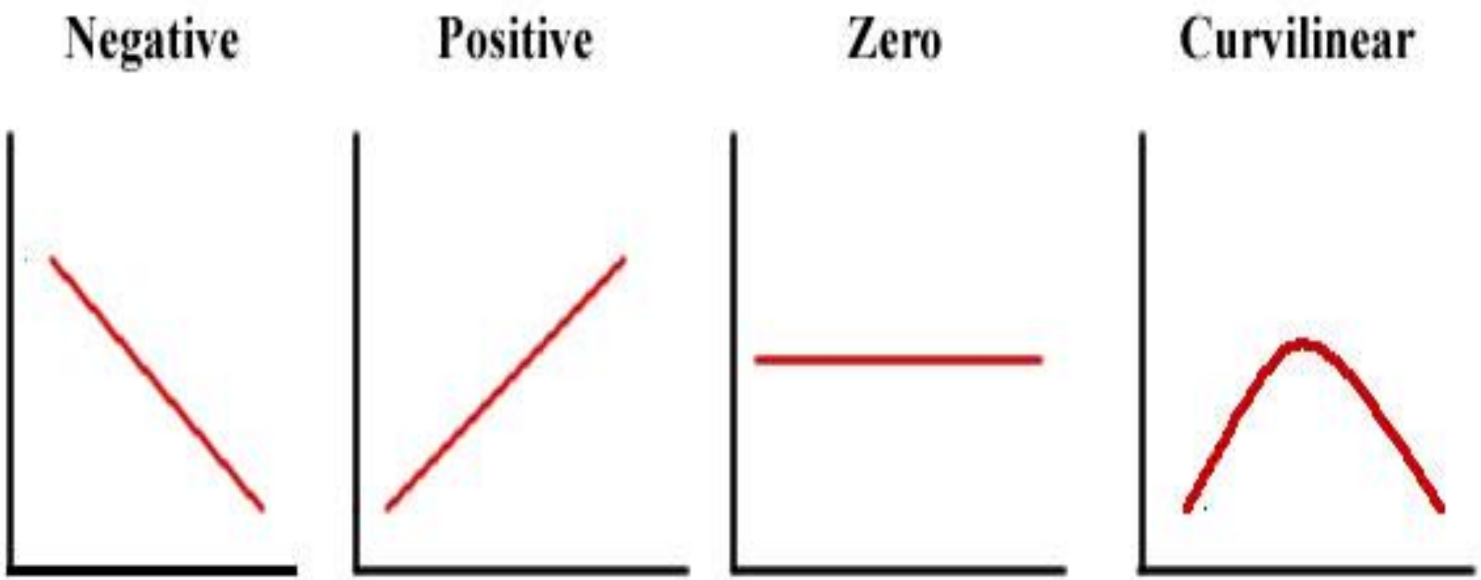
Scatter Plot الرسم الانتشاري



علاقة غير خطية



رسم لعلاقة سلبية, موجبة , صفرية, منحنية(من اليسار إلى اليمين)



- معامل ارتباط الرتب: (Rank Correlation Coefficient)
- ويعرف بمعامل ارتباط سبيرمان(Spearman) أو معامل ارتباط الرتب (رتب القيم الأصلية وليس القيم) ويرمز له بالرمز r_s
- و تختلف قيمته عن قيمة معامل بيرسون (للقيم الأصلية وليس لرتبها)
- ويصنف من الإحصاءات غير المعلمية (Non-parametric) ذات التوزيع الحر هو أقل دقة من معامل ارتباط بيرسون
- يناسب البيانات الرقمية وغير الرقمية المرتبة مثل جيد، جيد جدا, ... أو الأول, الثاني, الثالث...كما يمكن استخدامه مع المستوى الكمي ولكن بعد تحويل القيم إلى رتب
- وقيمته تتراوح بين (صفر و موجب أو سالب واحد صحيح) وتحسب قيمته من الصيغة الرياضية التالية:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}.$$

معامل الذكاء x	المشاهدة بالساعة y	ترتيب x	ترتيب y	الفرق D	مربع الفرق D^2
86	0	1	1	0	0
97	20	2	6	−4	16
99	28	3	8	−5	25
100	27	4	7	−3	9
101	50	5	10	−5	25
103	29	6	9	−3	9
106	7	7	3	4	16
110	17	8	5	3	9
112	6	9	2	7	49
113	12	10	4	6	36

- وباستخدام المعادلة التالية:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}.$$

- حاصل جمع 194 = d^2
- وحجم العينة = 10
- وبالتعويض في المعادلة

$$\rho = 1 - \frac{6 \times 194}{10(10^2 - 1)}$$

- يكون الناتج (-0.175757)

معامل ارتباط فاي Phi Coefficient (Φ)

- من صور معامل ارتباط بيرسون ويحسب لمتغيرين من المستوى الاسمي الثنائي
- ومعادلته كالتالي:

$$r_{\varnothing} = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

مثال لمعامل ارتباط فاي Phi Coefficient (Φ)

مرض الاكتئاب / النوع	مصاب	غير مصاب	المجموع
ذكر	12	8	20
أنثى	4	6	10
المجموع	16	14	30

وعليه فإن:

$a = 12,\quad b = 8,\quad c = 4,\quad d = 6$

$$r_{\phi} = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}} = \frac{12\times6 - 8\times4}{\sqrt{20\times10\times16\times14}} = \frac{72-32}{\sqrt{44800}} = \frac{40}{211.66} \approx 0.19$$