

توازن الأراضي في المدى الطويل

(العرض الاقتصادي)

مثال ١ – إذا كانت دالة التكاليف لإنتاج القمح (X) والشعير (y) هي:

$$Tc=8X^2 - XY + 12Y^2$$

فإذا كانت مساحة المزرعة التي تنتج المحصولين 42 هكتار فأوجد مساحة كلا المحصولين التي تحقق أدنى تكاليف إنتاج إذا علمت أن إنتاجية الهكتار تعادل طن واحد لكلا المحصولين

$$\mathcal{L} = 8x^2 - xy + 12y^2 + \lambda(-x - y + 42)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 16x - y - \lambda = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = -x + 24y - \lambda = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = -x - y + 42 = 0 \quad (3)$$

وبحل المعادلتين 1، 2 والتعويض في المعادلة 3

$$16x - y - \lambda - (-x + 24y - \lambda) = 0$$

$$16x - y - \lambda + x - 24y + \lambda = 17x - 25y = 0$$

$$17x = 25y$$

$$x = \frac{25y}{17}$$

بقسمة الطرفين على 17

$$-x - y + 42$$

وحيث أن المعادلة رقم هي 3

$$x + y = 42$$

وبالتعويض عن x في المعادلة أعلاه

$$\frac{25y}{17} + y = 42$$

$$y\left(\frac{25}{17} + 1\right) = 42$$

$$y = 42 \div \frac{(25 + 17)}{17} = 42 \div \left(\frac{42}{17}\right)$$

$$y = 17$$

$$-x - 17 + 42 = 0$$

$$x = 25$$

مثال ٢ - اذا كانت دالة إنتاج القمح هي

$$y = 32x - x^2$$

المطلوب :-

١- أوجد كمية المورد المثلى وكمية الإنتاج

٢- في حالة توفر سعر الوحدة من الناتج $p_{y=10}$ وسعر الوحدة من المورد

$x=40$ أوجد المساحة والإنتاج في هذه الحالة.

الحـــــــــل :-

كمية المورد المثلى

$$MP_X = \frac{dy}{dx} = 32 - 2X = 0$$

$$X = \frac{32}{2} = 16$$

كمية الإنتاج الأمثل

$$Y = 32(16) - (16)^2 = 256$$

المساحة والإنتاج في حالة توفر معلومات عن سعر الوحدة من المورد وسعر الوحدة من الناتج

$$MP_X = \frac{P_X}{P_Y}$$

$$MP_X = 32 - 2X = \frac{40}{10}$$

$$MP_X = 32 - 2X = 4$$

$$2X = 32 - 4$$

$$X = \frac{28}{2} = 14$$

وبالتالي فإن المساحة هي ١٤ هكتار

وكمية الإنتاج هي :

$$Y = 32(14) - (14)^2 = 252$$

التطبيق العاشر

١- اذا كانت دالة إنتاج القمح هي :-

$$Y = 16X - X^2$$

المطلوب :-

١- أوجد كمية المورد المثلى وكمية الإنتاج

٢- في حالة توفر سعر الوحدة من الناتج $PY= 10$ وسعر الوحدة من المورد $PX=20$ أوجد المساحة والإنتاج في هذه الحالة .

٢- اذا كانت دالة التكاليف لإنتاج القمح X والشعير Y هي :-

$$TC = 4X^2 - XY + 12Y^2$$

فاذا كانت مساحة المزرعة التي تنتج المحصولين ٣٤ هكتار فاوجد مساحة كلا المحصولين التي تحقق ادنى تكاليف انتاج اذا علمت ان انتاجية الهكتار تعادل طن واحد لكلا المحصولين