

ملحوظة: رتب إجابتك في الدفتر حسب ترتيب ورود الأسئلة

- ١- جد جميع الأعداد  $n$  بحيث  $\varphi(n)=18$  مع توضيح خطوات الحل.
- ٢- إذا كان  $(x, y, z)$  ثلاثياً فيثاغورسياً بدائياً، فأثبت أن  $z$  دائماً عدد فردي و أن  $z$  لا يمكن أن يساوي 23 .
- ٣- لتكن  $\tau$  دالة عدد القواسم. أثبت أن  $\tau(n)$  عدد فردي إذا و فقط إذا كان  $n$  مربعاً كاملاً.
- ٤- أثبت أن  $n = \sum_{d|n} \varphi(d)$ ، ثم استخدم هذه المساواة لبيان أن  $\varphi$  صربية.
- ٥- برهن وجود مالا نهاية من الأوليات  $p$  على الصيغة  $p \equiv 1 \pmod{4}$  .
- ٦- أكتب نص مبرهنة أويلر ثم برهنها.
- ٧- إذا كان  $\sum_{d|n} f(d) = n^2$ ، حيث  $f$  دالة عددية، فأحسب قيمة  $f(24)$  .
- ٨- ليكن  $F_n = 2^{2^n} + 1$  عدد فرما، حيث  $n \geq 0$  . أثبت أن  $F_0 F_1 \cdots F_{n-1} = F_n - 2$  لكل  $n \geq 1$