

ملاحظة: رتب إجابتك في الدفتر حسب ترتيب ورود الأسئلة:

١- لتكن  $(x_n)$  متوالية معرفة على النحو التالي:  $x_1 = \sqrt{12}$ ،  $x_{n+1} = \sqrt{x_n + 12}$ ، حيث  $n \geq 1$ .  
أثبت أن  $x_n < 4$  لكل  $n \geq 1$ .

٢- إذا كان  $(a,b) = 1$  و  $(a,c) = 1$ ، فأثبت أن  $(a,bc) = 1$ .

٣- ليكن  $d = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ . أثبت أن  $d = (a_1, a_2, \dots, a_{n-2}, (a_{n-1}, a_n))$  و  
 $d = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n$ ، حيث  $x_i \in \mathbb{Z}$  لكل  $1 \leq i \leq n$ .

٤- إذا كان  $p > 3$  عدداً أولياً، فأثبت أن  $12 \mid (p^2 - 1)$ .

٥- إذا كان  $(a,b) = 1$  و  $ab = c^3$ ، فأثبت أن  $a = a_1^3$  و  $b = b_1^3$  لعددين صحيحين  $a_1, b_1$ .