

الفصل الثاني

القيمة الحالية والخصم

القيمة الحالية والخصم بمعدل فائدة (i):

$$Pv = \frac{S}{(1+i)^n} = S(1+i)^{-n}$$

$$D = S - Pv$$

حيث أنك

Pv : القيمة الحالية

D : الخصم

القيمة الحالية والخصم بمعدل خصم (d):

$$Pv = S(1-d)^n$$

$$D = S - Pv$$

حيث أن:

d : معدل الخصم

مثال ١

أحسب القيمة الحالية والخصم لدين قيمته الإسمية ٣٠٠٠٠٠ ريال يستحق في نهاية ٨ سنوات، إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم ١٢% سنوياً.

الحل

$$\begin{aligned} Pv &= S(1+i)^{-n} \\ &= 30000(1+.12)^{-8} \end{aligned}$$

$$= 30000 \times .403883$$

$$= 12116.5$$

$$D = 30000 - 12116.5 = 17883.5$$

مثال ٢

دين قيمته الإسمية ٢٠٠٠٠ ريال، حسب قيمته الحالية الصحيحة بمعدل فائدة مركبة ١٨% سنوياً، وتضاف الفائدة بمقتضاه كل ٤ شهور فوجدت أنها تساوي ١٣٦٥٠ ريال أحسب مدة الخصم.

الحل

يلاحظ أن معدل الفائدة المعطى اسمي

$$i = 18\% \dots \dots \dots \Rightarrow \frac{12}{4} = 3 \text{ مرة في السنة}$$

$$i' = \frac{18\%}{3} = 6\%$$

$$? \therefore Pv = S(1 + i)^{-n}$$

$$13650 = 20000(1 + .06)^{-n}$$

$$\frac{13650}{20000} = (1 + .06)^{-n}$$

$$.6825 = (1.06)^{-n}$$

$$\ln(.6825) = -n \ln(1.06)$$

$$-n = \frac{\ln(.6825)}{\ln(1.06)}$$

$$-n = \frac{-.3199275}{.058269} = -5.4905$$

$$n = 5.4905 \dots \dots \dots = \frac{5.4905}{3} = 1.83$$

$$\text{Months} = .83 \times 12 = 9.96$$

$$\text{Days} = .96 \times 30 = 29$$

مدة الخصم سنة ، ٩ شهور ، ٢٩ يوم .

مثال ٣

تاجر مدين بدين قيمته الإسمية ٢٥٠٠٠ ريال يستحق في ٣ مارس ٢٠٠٩ ، فإذا علمت أن الخصم الذي سوف يحصل عليه إذا قام بالسداد اليوم ٢٠٠٦/٧/١٣ يبلغ ٧٥٠٠٠ ريال ، أحسب معدل الفائدة الإسمي السنوي الذي تضاف بمقتضاه الفائدة كل ٣ شهور .

الحل

$$4 = \frac{12}{3} \text{ مرات في السنة}$$

$$3/3/2009$$

$$\underline{31/7/2006}$$

$$2/7/2$$

$$n = 2 + \frac{7}{12} + \frac{2}{365}$$

$$n = 2 + .583 + .005 = 2.588$$

$$n' = 2.588 \times 4 = 10.352 \text{ فترة ربع سنوية}$$

$$\begin{aligned} Pv &= S - D \\ &= 25000 - 7500 = 17500 \end{aligned}$$

$$Pv = S(1 + i)^{-n}$$

$$17500 = 25000(1 + i)^{-10.352}$$

$$\frac{17500}{25000} = (1 + i)^{-10.352}$$

$$.7 = (1 + i)^{-10.352}$$

$$\ln (.7) = -10.352 \ln (1 + i)$$

$$\begin{aligned} \ln (1 + i) &= \frac{\ln (.7)}{-10.352} \\ &= \frac{-0.356675}{-10.352} \end{aligned}$$

$$= .0344546 \implies shf == ln$$

$$1 + i = 1.035$$

$$i = 1.035 - 1$$

$$= .035 \times 100 = 3.5\% \text{ ربع سنوى}$$

$$\underline{\text{سنوى } 14\% = 3.5 \times 4 = \text{المعدل الاسمى}}$$

مثال ٤

دين قيمته الإسمية ٣٠٠٠٠ ريال تستحق في نهاية ٧ سنوات، ٨ شهور، ٢٠ يوم،
أحسب القيمة الحالية والخصم إذا علمت ان معدل الخصم المركب ١٤ % سنوياً
والخصم يتم كل شهرين.

الحل

$$d = 14\% \dots \dots \dots \implies \dots \dots \dots \implies \frac{12}{2} = 6$$

$$d' = \frac{14\%}{6} = 2.3\% \dots \dots \dots$$

$$n' = 7 \times 6 + \frac{8}{12} \times 6 + \frac{20}{365} \times 6$$

$$= 42 + 4 + .33$$

$$= 46.33$$

$$\begin{aligned}
Pv &= S(1 - d)^n \\
&= 30000(1 - .023)^{46.33} \\
&= 30000(.977)^{46.33} \\
&= 10207.89
\end{aligned}$$

$$D = S - Pv = 30000 - 10207.89 = 19792.7$$

تحويل معدل الخصم (d) إلى معدل فائدة i

$$i = \frac{d}{1 - d}$$

تحويل معدل الفائدة (i) إلى معدل خصم (d)

$$d = \frac{i}{1 + i}$$

مثال ٥

أحسب معدل الفائدة المركب الذي يقابل معدل خصم مركب ١٢% سنوياً.

$$\begin{aligned}
&\text{الحل} \\
i &= \frac{d}{1 - d} = \frac{.12}{1 - .12} = \frac{.12}{.88} = .136 \times 100 = 13.6\%
\end{aligned}$$

مثال ٦

أحسب معدل الخصم المركب المقابل لمعدل فائدة مركبة ١٢% سنوياً.

$$\begin{aligned}
&\text{الحل} \\
d &= \frac{i}{1 + i} = \frac{.12}{1 + .12} = \frac{.12}{1.12} = 10.7 \times 100 \\
&= 10.7\% \text{ سنوياً}
\end{aligned}$$