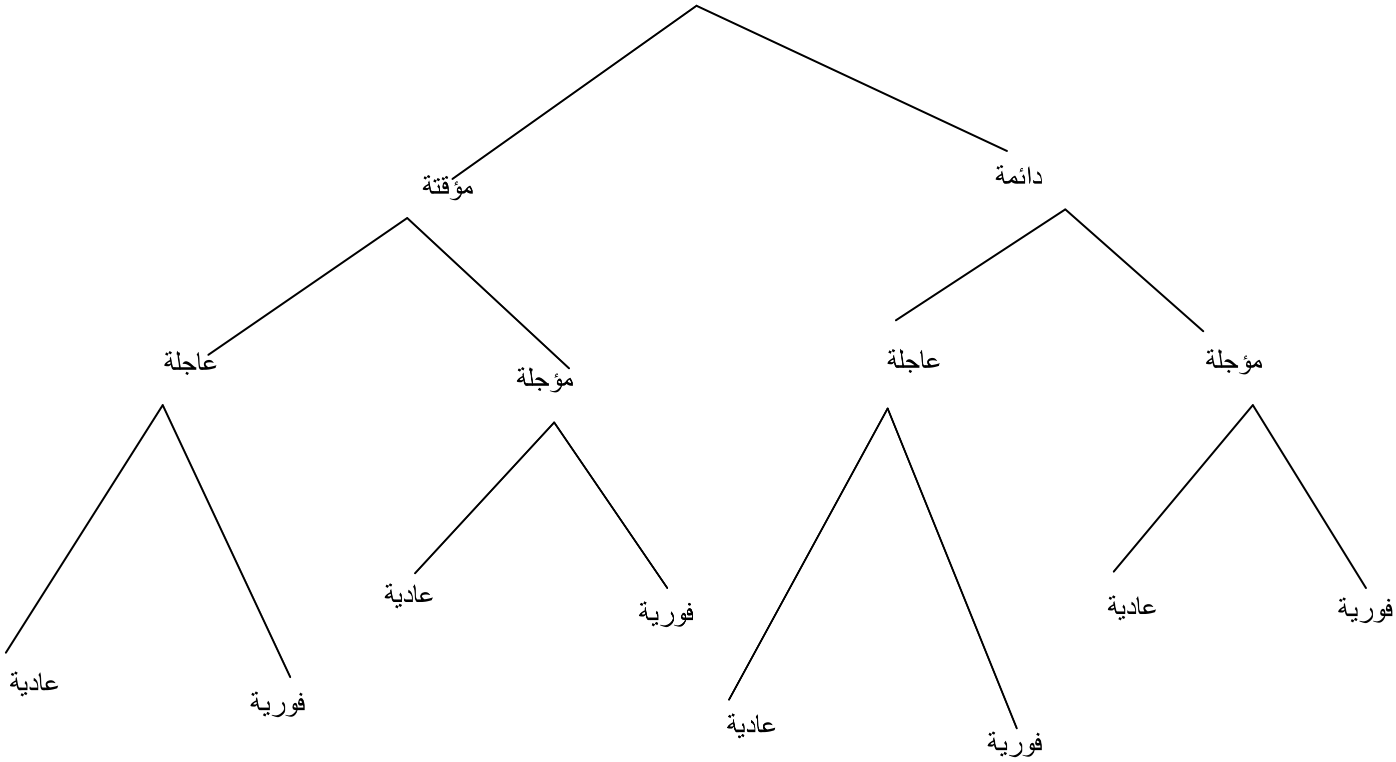
الفصل الرابع

الجملة والقيمة الحالية للدفعات المتساوية السنوية

الدفعات هي مبالغ متساوية بينها فترات زمنية متساوية ، ويوجد منها عدة أنواع هي :

- الدفعات المؤقتة ← والتي يستمر أدائها لمدة معينة.
- الدفعات الدائمة ← والتي تستمر أدائها إلى ما لا نهاية.
- الدفعات العادية ← والتي تستحق آخر كل فترة زمنية متساوية.
- الدفعات الفورية ← والتي تستحق أول كل فترة زمنية متساوية.
- الدفعات العاجلة ← والتي تستحق بمجرد الاتفاق عليها دون تأجيل.
- الدفعات المؤجلة ← والتي تستحق بعد فترة تأجيل معينة.
- الدفعات المجزأة ← والتي تدفع أكثر من مرة في السنة.
- الدفعات المجمدة ← والتي تدفع على فترات أكبر من السنة.
- الدفعات السنوية ← والتي تدفع كل سنة.

أولاً: =الدفعات السنوية المتساوية



S_n	$\ddot{S}_n$	m/S_n	$m/\ddot{S}_n$	S_∞	$\bar{S}_\infty$	$m/\bar{S}_\infty$	$m/\ddot{S}_\infty$
a_n	$\ddot{a}_n$	m/a_n	$m/\ddot{a}_n$	a_∞	$\bar{a}_\infty$	$m/\bar{a}_\infty$	$m/\ddot{a}_\infty$

أولاً: **جملة الدفعات**

$$S_n = \frac{(1+i)-1}{i}$$

$$\ddot{S}_n = S_n(1+i)$$

$$m/S_n = S_n = \frac{(1+i)-1}{i}$$

$$m/\ddot{S}_n = \ddot{S}_n = S_n(i+i)$$

ثانياً: القيمة الحالية للدفعات

$$a_n = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\ddot{a}_n = a_n(1+i)$$

$$m/a_n = a_{n+m} - a_m = a_n(1+i)^{-m}$$

$$m/\ddot{a}_n = a_{n+m-1} - a_{m-1} = \ddot{a}_n(1+i)^{-m}$$

$$= a_n(1+i) \quad (1+i)^{-m}$$

$$a_\infty = \frac{1}{i}$$

$$\ddot{a}_\infty = (\frac{1}{i} + 1)$$

$$m/a_\infty = a_\infty(1+i)^{-m} = \frac{1}{i}(1+i)^{-m}$$

$$m/\ddot{a}_\infty = \ddot{a}_\infty(1+i)^{-m} = (\frac{1}{i} + 1)(1+i)^{-m}$$

مثال١

أودع شخص مبلغ ١٥٠٠٠ ريال كل سنة في أحد البنوك التي تحسب فوائد مركبة بمعدل ٩% سنوياً، أحسب جملة المتكون له في نهاية ١٠ سنوات، إذا كان:

أ) الإيداع آخر كل سنة.

ب)الإيداع أول كل سنة.

الحل

أ. الإيداع آخر كل سنة

$$S_n = R\ S_n$$

$$S_{10} = 15000\ S_{10}$$

$$= 15000 \times \frac{(1+.09)^{10} - 1}{.09}$$

$$= 15000 \times\ 15.192929$$

$$= 227894$$

ب. إذا كان الإيداع أول كل سنة

$$S_n = R\ \ddot{S}_n$$

$$= 15000\ \ddot{S}_{10,\%}$$

$$= 15000 \times\ S_{10,\%}(1+.09)$$

$$= 15000 \times \frac{(1+.09)^{10}-1}{.09}(1+.09)$$

$$= 15000 \times 15.192929 \times (1.09)$$

$$= 248404$$

<u>مثال٢</u>

أودع شخص مبلغ ٥٠٠٠ رس آخر كل سنة لمدة ٥ سنوات ثم زاد المبلغ المودع إلى الضعف خلال الخمس سنوات التالية ثم أصبح ١٨٠٠٠ رس خلال الخمس سنوات التالية، أحسب جملة المستحق لهذا الشخص في نهاية ٢٠ سنة في الحالات التالية:

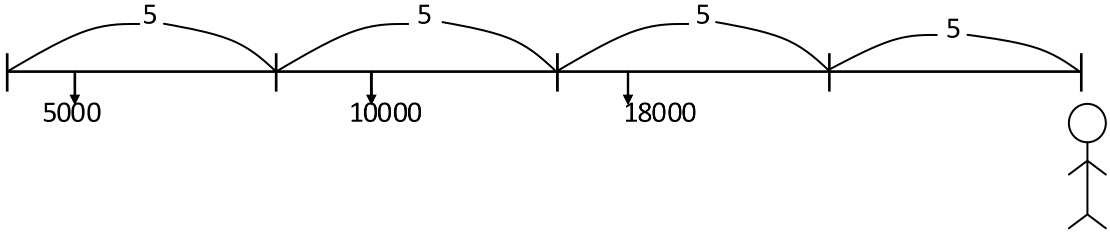
أ. إذا كان معدل الفائدة المركبة ١٢% سنوياً.

ب. إذا كان معدل الفائدة المركبة خلال الخمس سنوات الأولى ١١% سنوياً، ارتفع إلى ١٣% خلال الخمس سنوات التالية ثم انخفض إلى ١٢,٥% بعد ذلك.

ت. إذا كان معدل الفائدة المركبة على مبالغ الدفعة الأولى ١٠% سنوياً وعلى مبالغ الدفعة الثانية ١١% سنوياً وعلى مبالغ الدفعة الأخيرة ١٤% سنوياً.

الحل

أ) إذا كان معدل الفائدة المركبة ١٢% سنوياً



$$S_n = 5000\ S_{5,12\%}(1+.12)^{15} + 10000\ S_{5,12\%}(1+.12)^{10} + 18000\ S_{5,12\%}(1+.12)^{5}$$

$$S_n = 5000 \times 6.352847 \times 5.473566 + 10000 \times 6.352847 \times 3.105848 + 18000 \times 6.352847 \times 1.7623417$$

$$= 173863.6 + 197309.8 + 201525.9$$

$$\underline{= \mathbf{572699}}$$

ب) الجملة في ظل تغيير المعدلات

$$S_n = 5000\ S_{5,11\%}\ (1+.13)^{5}(1+.125)^{10} + 10000\ S_{5,13\%}(1+.125)^{10} + 18000\ S_{n,125\%}(1+.125)^{5}$$

$$= 5000 \times 6.227801 \times 1.842435 \times 3.247321 + 10000 \times 6.48027 \times 3.24732 + 18000 \times 6.416259 \times 1.802032$$

$$= 186304 + 210435 + 208121$$

$$= 604860$$

ج) <u>إذا كان المعدل الخاص لكل دفعة</u>

$$S_n = 5000\ S_{5,10\%}(1+.10)^{15} + 10000\ S_{5,11\%}(1+.11)^{10} + 18000\ S_{5,14\%}(1+.14)^{5}$$

$$= 5000 \times 6.1051 \times 4.177248 + 10000 \times 6.2278 \times 2.83942 + 18000 \times 6.610104 \times 1.925415$$

$$= 127513 + 176833 + 229089$$

$$\underline{= 533435}$$

مثال٣

أودع تاجر مبلغ ٥٠٠٠ رس أول كل سنة بمعدل فائدة مركبة ١٢% سنوياً، ووجد أن جملة المستحق له بلغ ١٢٥٠٠٠ رس أحسب عدد الدفعات المودعة.

الحل

$$\ddot{S}_n = 5000\, \ddot{S}_{n,12\%}$$

$$125000 = 5000\; S_{n,12\%}(1 + .12)$$

$$125000 = 5000\; S_{n,12\%} \times 1.12$$

$$125000 = 5600\; S_{n,12\%}$$

$$\frac{125000}{5600} = S_{n,12\%}$$

$$22.321429 = \frac{(1 + .12)^n - 1}{.12}$$

$$(1 + .12)^n - 1 = 22.321429 \times .12$$

$$(1 + .12)^n - 1 = 2.678571$$

$$(1.12)^n = 22.321429 + 1$$

$$(1.12)^n = 3.678571$$

$$n\; Ln\;(1.12) = Ln 3.678571$$

$$n = \frac{Ln 3.6785}{Ln\; 1.12}$$

$$n = \frac{1.302524}{.1133289}$$

$$= 11.49 \;\approx 11$$