تصميم التجارب

Design of Experiments

الجزء الثامن

تصميم المربع اللاتيني

Latin Square Design (LS Design)

مقدمة:

ذكرنا سابقًا أن تصميم القطاعات العشوائية الكاملة (RCBD) يستخدم لإزالة تأثير أحد العوامل المزعجة المعروفة والتي من الممكن التحكم بها. وقد تم تقسيم الوحدات التجريبية في ذلك التصميم إلى مجموعات متجانسة (قطاعات)، حيث تم تحديد القطاعات حسب مستويات هذا العامل المزعج. ومن ثم تم مقارنة المعالجات داخل القطاعات.

في تصميم المربع اللاتيني نستخدم مفهوم القطاعات لإزالة تأثير عاملين مزعجين معروفين ومن الممكن التحكم بهما.

ففي هذا التصميم نقوم بتقسيم الوحدات التجريبية إلى وحدات متجانسة في قطاعات ذات اتجاهين؛ يمثل الاتجاه الأول (الصفوف Rows) مستويات عامل القطاعات الأول، ويمثل الاتجاه الثاني (الأعمدة Columns) مستويات عامل القطاعات الثاني.

ويتم في هذا التصميم إزالة مصدرين من مصادر الاختلاف عن الخطأ التجريبي مما يزيد من دقة التجربة.

أمثلة للمتغيرات التي يمكن أن تمثل عاملي قطاعات في تصميم المربع اللاتيني:

(١) عند مقارنة كفاءة عدة أنواع من الأعلاف في تسمين الأغنام، فمن الممكن أن يكون جنس الحيوان هو عامل القطاعات الأول (الصفوف)، وصنف الحيوان هو عامل القطاعات الثاني (الأعمدة).

(٢) عند مقارنة تأثير عدة أنواع من الأسمدة على كمية محصول القمح، فمن الممكن أن تكون الحقول الزراعية هي عامل القطاعات الأول (الصفوف)، ونوع القمح هو عامل القطاعات الثاني (الأعمدة).

(٣) عند مقارنة بعض المعالجات في التجارب المعملية، فمن الممكن أن يكون فني المختبر (إذا كان هناك عدة فنيين يقومون بتنفيذ التجربة أو أخذ القياسات) هو عامل القطاعات الأول (الصفوف)، والفترة الزمانية التي تطبق فيها التجربة (إذا لم يكن بالإمكان إكمال التجربة في فترة زمانية واحدة) هي عامل القطاعات الثاني (الأعمدة).

كيفية إنشاء تصميم المربع اللاتيني:

لتوضيح طريقة إنشاء هذا التصميم، لنفرض أن لدينا خمس معالجات، أي أن عدد المعالجات يساوي ($t = 5$).

يتم ترميز المعالجات بالحروف اللاتينية (A, B, C, D, E).

يتم تنظيم المعالجات في مربع يسمى بالمربع اللاتيني، مكون من ($t = 5$) صفوف و ($t = 5$) أعمدة (مربع لاتيني 5×5)، بحيث تظهر كل معالجة مرة واحدة فقط في كل صف وتظهر مرة واحدة فقط في كل عمود.

لاحظ أن عدد المعالجات يساوي عدد الأعمدة ويساوي عدد الصفوف.

ويمكن إنشاء عدة مربعات لاتينية مكونة من ($t = 5$) صفوف و ($t = 5$) أعمدة. ويسمى بعضها بالمربعات اللاتينية القياسية (Standard Square) وهي المربعات التي تتشابه فيها الصفوف والأعمدة المناظرة لها.

ومن أمثلة المربعات اللاتينية القياسية (5×5) المربع الآتي:

A	B	C	D	E
B	C	D	E	A
C	D	E	A	B
D	E	A	B	C
E	A	B	C	D

لاحظ أن هذا الجدول تم إنشاؤه بحيث يكون هناك ترتيب هجائي للأحرف في الصف الأول، ثم إزاحة حرف واحد مع ترتيب هجائي في الصف الذي يليه، وهكذا حتى آخر صف.

لاحظ أن كل معالجة (حرف لاتيني) ظهرمرة احدة فقط في كل صف وظهرمرة واحدة فقط في كل عمود.

طريقة الاختيار العشوائي للمربع اللاتيني الذي سوف يستخدم في التجربة:

١. يتم اختيار مربع لاتيني قياسي (أي مربع قياسي) للحصل على جدول رقم (١).
٢. يتم إعادة ترتيب الصفوف في جدول رقم (١) بشكل عشوائي للحصل على جدول رقم (٢).
٣. يتم إعادة ترتيب الأعمدة في جدول رقم (٢) بشكل عشوائي للحصل على جدول رقم (٣).
٤. يتم إعادة ترتيب الحروف اللاتينية داخل الجدول رقم (٣) بشكل عشوائي للحصل على جدول رقم (٤) وهو الجدول النهائي.

مثال:

فيما يأتي طريقة تكوين مربع لاتيني (5×5):

١. نختار أي مربع لاتيني قياسي (5 × 5)، وليكن كما يأتي:

	1	2	3	4	5
1	A	B	C	D	E
2	B	C	D	E	A
3	C	D	E	A	B
4	D	E	A	B	C
5	E	A	B	C	D

٢. نعيد ترتيب الصفوف في الجدول السابق بشكل عشوائي (كما يأتي على سبيل المثال):

	1	2	3	4	5
3	C	D	E	A	B
5	E	A	B	C	D
1	A	B	C	D	E
4	D	E	A	B	C
2	B	C	D	E	A

٣. نعيد ترتيب الأعمدة في الجدول السابق بشكل عشوائي (كما يأتي على سبيل المثال):

	٢	٤	٥	٣	١
3	D	A	B	E	C
5	A	C	D	B	E
1	B	D	E	C	A
4	E	B	C	A	D
2	C	E	A	D	B

٤. نعيد ترتيب الأحرف اللاتينية في الجدول السابق بشكل عشوائي (كما يأتي على سبيل المثال):

A	B	C	D	E
↓	↓	↓	↓	↓
C	A	E	B	D

فنحصل على المربع الآتي:

	٢	٤	٥	٣	١
3	B	C	A	D	E
5	C	E	B	A	D
1	A	B	D	E	C
4	D	A	E	C	B
2	E	D	C	B	A

ولذلك، فإن المربع اللاتيني النهائي الذي سوف يستخدم لتصميم التجربة هو:

		مستويات عامل قطاعات الأعمدة				
		C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
مستويات عامل قطاعات الصفوف	R_1	B	C	A	D	E
	R_2	C	E	B	A	D
	R_3	A	B	D	E	C
	R_4	D	A	E	C	B
	R_5	E	D	C	B	A

وفي هذا التصميم سنحتاج إلى $(5 \times 5 = 25)$ وحدة تجريبية.

مثال:

أمثلة من المربعات اللاتينية القياسية:

4×4

A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	A	B
D	A	B	C

6×6

A	B	C	D	E	F
B	C	D	E	F	A
C	D	E	F	A	B
D	E	F	A	B	C
E	F	A	B	C	D
F	A	B	C	D	E

ملاحظة:

لتنفيذ تصميم المربع اللاتيني لمقارنة (t) معالجة، فإننا نحتاج وحدات تجريبية عددها يساوي:

$$N = t \times t = t^2$$

البيانات:

سنرمز للمشاهدة التي في الصف (i) وفي العمود (j) التي استلمت المعالجة رقم (k) بالرمز $(Y_{ij(k)})$. لاحظ أنه يكفي معرفة رقم الصف ورقم العمود لمعرفة رقم المعالجة. (وقد تم وضع رقم المعالجة (k) داخل قوسين للتنبيه لذلك).

وجرت العادة على تلخيص بيانات التصميم في جدولين هما:

متوسط الصف $\bar{Y}_{i\bullet\bullet}$	مجموع الصف $Y_{i\bullet\bullet}$	عامل قطاعات الأعمدة (Columns Blocks) $C_1 \quad C_2 \quad \dots \quad C_t$	عامل قطاعات الصفوف Rows) (Blocks
$\bar{Y}_{1\bullet\bullet}$ $\bar{Y}_{2\bullet\bullet}$ $\vdots$ $\bar{Y}_{t\bullet\bullet}$	$Y_{1\bullet\bullet}$ $Y_{2\bullet\bullet}$ $\vdots$ $Y_{t\bullet\bullet}$	$\begin{matrix} Y_{11(k)} & Y_{12(k)} & \cdots & Y_{1t(k)} \\ Y_{21(k)} & Y_{22(k)} & \cdots & Y_{2t(k)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{t1(k)} & Y_{t2(k)} & \cdots & Y_{tt(k)} \end{matrix}$	R_1 R_2 $\vdots$ R_t
	المجموع العام $Y_{\bullet\bullet\bullet}$	$Y_{\bullet 1\bullet} \quad Y_{\bullet 2\bullet} \quad \cdots \quad Y_{\bullet t\bullet}$	مجموع العمود $Y_{\bullet j\bullet}$
المتوسط العام $\bar{Y}_{\bullet\bullet\bullet}$		$\bar{Y}_{\bullet 1\bullet} \quad \bar{Y}_{\bullet 2\bullet} \quad \cdots \quad \bar{Y}_{\bullet t\bullet}$	متوسط العمود $\bar{Y}_{\bullet j\bullet}$

(Treatments) المعالجات $T_1 \quad T_2 \quad \dots \quad T_t$	
$Y_{\bullet\bullet(1)} \quad Y_{\bullet\bullet(2)} \quad \cdots \quad Y_{\bullet\bullet(t)}$	مجموع المعالجة $Y_{\bullet\bullet(k)}$
$\bar{Y}_{\bullet\bullet(1)} \quad \bar{Y}_{\bullet\bullet(2)} \quad \cdots \quad \bar{Y}_{\bullet\bullet(t)}$	متوسط المعالجة $\bar{Y}_{\bullet\bullet(k)}$

ويتم حساب المجاميع والمتوسطات الواردة في الجدولين أعلاه بالصيغ الآتية:

المجموع أو المتوسط	طريقة الحساب
مجموع الصف رقم (i)	$Y_{i\bullet\bullet} = \sum_{j=1}^{t} Y_{ij(k)}$
متوسط الصف رقم (i)	$\bar{Y}_{i\bullet\bullet} = \frac{Y_{i\bullet\bullet}}{t}$
مجموع العمود رقم (j)	$Y_{\bullet j\bullet} = \sum_{i=1}^{t} Y_{ij(k)}$
متوسط العمود رقم (j)	$\bar{Y}_{\bullet j\bullet} = \frac{Y_{\bullet j\bullet}}{t}$
مجموع المعالجة رقم (k)	$Y_{\bullet\bullet(k)} = \sum_{i=1}^{t} Y_{ij(k)} = \sum_{j=1}^{t} Y_{ij(k)}$
متوسط المعالجة رقم (k)	$\bar{Y}_{\bullet\bullet(k)} = \frac{Y_{\bullet\bullet(k)}}{t}$
المجموع العام (الكلي)	$Y_{\bullet\bullet\bullet} = \sum_{i=1}^{t} Y_{i\bullet\bullet} = \sum_{j=1}^{t} Y_{\bullet j\bullet} = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{t} Y_{ij(k)}$
المتوسط العام (الكلي)	$\bar{Y}_{\bullet\bullet\bullet} = \frac{Y_{\bullet\bullet\bullet}}{N} = \frac{Y_{\bullet\bullet}}{t^2}$
عدد المشاهدات الكلي	$N = t^2$

إن الهدف الأساس من تصميم المربع اللاتيني هو التحقق من وجود (أو عدم وجود) فروق معنوية بين تأثيرات المعالجات (بعد إزالة تأثير عاملي القطاعات)، وتقديرتلك الفروق إن وجدت.

وبمعنى آخر، فإننا نرغب في اختبار الفروض الآتية:

(١) للنموذج الثابت:

$H_o: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_t$

$H_1:$ يوجد متوسط واحد على الأقل (μ_k) مختلف

حيث أن (μ_k) هو متوسط المعالجة رقم (k).

(٢) للنموذج العشوائي:

$\mathrm{H_o}: \sigma_\tau^2 = 0$

$\mathrm{H_1}: \sigma_\tau^2 > 0$

لاحظ أن $(\sigma_\tau^2 = 0)$ يعني عدم وجود اختلافات بين جميع التأثيرات (τ_i) في مجتمع تأثيرات المعالجات.

كما أننا نرغب في التعرف على مكامن الاختلافات، وتقدير الاختلافات، في حالة وجود فروق معنوية بين المعالجات.

تحليل التباين لتصميم المربع اللاتيني:

إن مجموع المربعات الكلي هو:

$$SS_{Total} = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}\left(\mathrm{Y_{ij(k)}} - \overline{\mathrm{Y}}_{\bullet\bullet\bullet}\right)^2$$

ودرجات الحرية الكلية المصاحبة هي:

$$df_{Total} = N - 1 = t^2 - 1$$

وبشكل مشابه لما مر معنا سابقًا، نقوم بتجزيء مجموع المربعات الكلي ودرجات الحرية الكلية وفقًا لمصادر الاختلاف إلى أربع مركبات؛ هي:

SS_{Trt} = مجموع مربعات المعالجات

بدرجات حرية مقدارها $(df_{Trt} = t - 1)$

SS_R = مجموع مربعات قطاعات الصفوف

بدرجات حرية مقدارها $(df_R = t - 1)$

SS_C = مجموع مربعات قطاعات الأعمدة

بدرجات حرية مقدارها ($df_C = t - 1$)

SS_E = مجموع مربعات الخطأ التجريبي

بدرجات حرية مقدارها ($df_E = (t-1)(t-2)$)

كما يأتي:

$$SS_{Total} = SS_{Trt} + SS_R + SS_C + SS_E$$

وبالمثل، يتم تجزيء درجات حرية مجموع المربعات الكلي إلى أربع مركبات كما يأتي:

$$df_{Total} = df_{Trt} + df_R + df_C + df_E$$

والجدول الآتي يوضح مجاميع المربعات والصيغ الحسابية لها:

مجموع المربعات	صيغة التعريف الجبرية	الصيغة الحسابية
SS_{Trt}	$t\sum_{k=1}^{t}\left(\bar{Y}_{\bullet\bullet(k)} - \bar{Y}_{\bullet\bullet\bullet}\right)^2$	$\frac{1}{t}\sum_{k=1}^{t} Y_{\bullet\bullet(k)}^2 - CF$
SS_R	$t\sum_{i=1}^{t}(\bar{Y}_{i\bullet\bullet} - \bar{Y}_{\bullet\bullet\bullet})^2$	$\frac{1}{t}\sum_{i=1}^{t} Y_{i\bullet\bullet}^2 - CF$
SS_C	$t\sum_{j=1}^{t}\left(\bar{Y}_{\bullet j\bullet} - \bar{Y}_{\bullet\bullet\bullet}\right)^2$	$\frac{1}{t}\sum_{j=1}^{t} Y_{\bullet j\bullet}^2 - CF$
SS_E	$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}\left(Y_{ij(k)} - \bar{Y}_{i\bullet\bullet} - \bar{Y}_{\bullet j\bullet} - \bar{Y}_{\bullet\bullet(k)} + 2\bar{Y}_{\bullet\bullet\bullet}\right)^2$	$SS_{Total} - SS_{Trt} - SS_R - SS_C$
SS_{Total}	$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}\left(Y_{ij(k)} - \bar{Y}_{\bullet\bullet\bullet}\right)^2$	$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{t} Y_{ij(k)}^2 - CF$
$CF = \frac{Y_{\bullet\bullet\bullet}^2}{N} = \frac{Y_{\bullet\bullet\bullet}^2}{t^2}$		

ونحسب أيضًا متوسطات المربعات كما يأتي:

متوسط مربعات المعالجات هو:

$$MSTrt = \frac{SS_{Trt}}{t-1}$$

متوسط مربعات قطاعات الصفوف هو:

$$MSR = \frac{SS_R}{t-1}$$

متوسط مربعات قطاعات الأعمدة هو:

$$MSC = \frac{SS_C}{t-1}$$

متوسط مربعات الخطأ التجريبي هو:

$$MSE = \frac{SS_E}{(t-1)(t-2)}$$

ثم نقوم بحساب إحصاءة (اختبار إف) لاختبار وجود فروق معنوية بين متوسطات المعالجات بالصيغة الآتية:

$$F_{Trt} = \frac{MSTrt}{MSE}$$

إذا كان فرض العدم (H_o) صحيحًا، فإن الإحصاءة (F_{Trt}) تتوزع وفق توزيع إف بدرجتي حرية $(df_1 = df_{trt})$ و $(df_2 = df_E)$، أي أن:

$$F_{Trt} \sim F(t-1, (t-1)(t-2))$$

ولذلك، فإننا نرفض فرض العدم $(H_o: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k)$ عند مستوى الدلالة (α) إذا كانت قيمة إحصاءة الاختبار (F_{Trt}) أكبر من القيمة الجدولية:

$$F_\alpha(t-1, (t-1)(t-2))$$

أي إذا كان:

$$F_{Trt} > F_\alpha(t-1, (t-1)(t-2))$$

جدول تحليل التباين:

يمكن تلخيص الحسابات في جدول تحليل التباين كما يأتي:

مصادر الاختلاف S.O.V.	مجموع المربعات SS	درجات الحرية df	متوسط المربعات MS	قيمة إف F - ratio
المعالجات Treatments	SS_{Trt}	$t-1$	$MSTrt$	$F_{Trt} = \frac{MSTrt}{MSE}$
قطاعات الصفوف Row Blocks	SS_R	$t-1$	MSR	$F_R = \frac{MSR}{MSE}$
قطاعات الأعمدة Column Blocks	SS_C	$t-1$	MSC	$F_C = \frac{MSC}{MSE}$
الخطأ التجريبي Experimental Error	SS_E	$(t-1)(t-2)$	MSE	
المجموع (Total)	SS_{Total}	t^2-1		

ملاحظة:

يمكن استخدام النسبة:

$$F_R = \frac{MSR}{MSE}$$

كمؤشر عددي (وليس كاختبار إحصائي) للدلالة على مدى أهمية استخدام قطاعات الصفوف في هذا التصميم.

فإذا كان:

$$F_R > \ F_\alpha(t-1, (t-1)(t-2))$$

فإننا نستنتج أن استخدام قطاعات الصفوف في هذه التجربة كان مفيدًا.

وأما إذا كان:

$$F_R \leq \ F_\alpha(t-1, (t-1)(t-2))$$

فإننا نستنتج أن استخدام عامل قطاعات الصفوف في هذه التجربة لم يكن مفيدًا، ونوصي بعدم استخدامه عند إجراء هذا النوع من التجارب مستقبلاً.

وبالمثل يمكن أن يقال حول النسبة:

$$F_C = \frac{MSC}{MSE}$$

كمؤشر عددي (وليس كاختبار إحصائي) للدلالة على مدى أهمية استخدام قطاعات الأعمدة في هذا التصميم.

الكفاءة النسبية لتصميم المربع اللاتيني (Relative Efficiency of Latin Square Design):

يمكننا استخدام المقياس الآتي لقياس كفاءة تصميم المربع اللاتيني مقارنة مع التصميم تام العشوائية (CRD):

$$RE(LS:CRD) = \frac{MSR + MSC + (t-1)MSE}{(t+1)MSE}$$

مثال:

أجريت تجربة لمقارنة كمية المحصول من اللفت السكري لست مستويات من التسميد النيتروجيني (A, B, C, D, E, F). واستخدم لهذه التجربة تصميم المربع اللاتيني (6×6)، حيث أن عامل قطاعات الصفوف كان مستوى خصوبة التربة (ست مستويات)، وعامل قطاعات الأعمدة كان مستوى ميل الحقل (ست مستويات). ويوضح الجدولان الآتيان البيانات المستخلصة من التجربة.

		مستويات عامل قطاعات الأعمدة (الميل)						مجموع الصف $Y_{i\bullet\bullet}$
		C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	
مستويات عامل قطاعات الصفوف (الخصوبة)	R_1	F 61.6	D 63.8	A 70.4	B 72.6	E 68.2	C 70.4	407.0
	R_2	E 68.2	B 63.8	C 66.0	F 55.0	D 72.5	A 67.3	392.8
	R_3	D 67.2	E 63.4	F 47.7	C 67.8	A 70.2	B 66.2	382.5
	R_4	C 72.8	A 66.9	B 63.4	D 69.0	F 58.7	E 70.2	401.0
	R_5	B 65.8	F 56.8	E 66.7	A 66.7	C 73.7	D 71.1	400.8
	R_6	A 67.8	C 65.3	D 60.3	E 64.0	B 67.5	F 47.1	372.0
مجموع العمود $Y_{\bullet j\bullet}$		403.4	380.0	374.5	395.1	410.8	392.3	المجموع العام $Y_{\bullet\bullet\bullet}$ 2356.1

	المعالجات (Treatments)						
	A	B	C	D	E	F	الكلي
مجموع المعالجة $Y_{\bullet\bullet(k)}$	409.3	399.3	416.0	403.9	400.7	326.9	$Y_{\bullet\bullet\bullet}$ 2356.1
متوسط المعالجة $\bar{Y}_{\bullet\bullet(k)}$	68.22	66.55	69.33	67.32	66.78	54.48	$\bar{Y}_{\bullet\bullet\bullet}$ 65.447

الحسابات:

$$\mathrm{CF} = \frac{\mathrm{Y}_{\bullet\bullet\bullet}{}^2}{\mathrm{t}^2} = \frac{2356.1^2}{36} = 154200.2$$

$$SS_{Total} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{t}} \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{t}} \mathrm{Y}_{\mathrm{ij(k)}}^2 - \mathrm{CF}$$

$$= (61.6^2 + 63.8^2 + \dots + 47.1^2) - 154200.2$$

$$= 155543.5 - 154200.2 = 1343.33$$

$$df_{Total} = t^2 - 1 = 36 - 1 = 35$$

$$SS_{Trt} = \frac{1}{\mathrm{t}} \sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{t}} \mathrm{Y}^2_{\bullet\bullet(k)} - \mathrm{CF}$$

$$= \frac{1}{6} (409.3^2 + 399.3^2 + \dots + 326.9^2) - 154200.2$$

$$= \frac{1}{6} (930582.3) - 154200.2 = 896.85$$

$$df_{Trt} = t - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$SS_R = \frac{1}{\mathrm{t}} \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{t}} \mathrm{Y}^2_{i\bullet\bullet} - \mathrm{CF}$$

$$= \frac{1}{6} (407.0^2 + 392.8^2 + \dots + 372.0^2) - 154200.2$$

$$= \frac{1}{6} (926072.7) - 154200.2 = 145.255$$

$$df_R = t - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$SS_C = \frac{1}{\mathrm{t}} \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{t}} \mathrm{Y}^2_{\bullet j\bullet} - \mathrm{CF}$$

$$= \frac{1}{6} (403.4^2 + 380.0^2 + \dots + 392.3^2) - 154200.2$$

$$= \frac{1}{6} (926141.8) - 154200.2 = 156.76$$

$$df_C = t - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$SS_E = SS_{Total} - SS_{Trt} - SS_R - SS_C$$

$$= 1343.33 - 896.85 - 145.255 - 156.76 = 144.465$$

$$df_E = (t - 1)(t - 2) = (5)(4) = 20$$

القيمة الجدولية:

$$F_\alpha\big(t - 1,\ (t - 1)(t - 2)\big) = F_{\mathbf{0.05}}(5, 20) = 2.71$$

$$F_\alpha\big(t - 1,\ (t - 1)(t - 2)\big) = F_{\mathbf{0.01}}(5, 20) = 4.10$$

جدول تحليل التباين:

مصادر الاختلاف S.O.V.	مجموع المربعات SS	درجات الحرية df	متوسط المربعات MS	قيمة إف F - ratio
المعالجات Treatments	896.85	5	179.37	$F_{Trt} = \frac{MSTrt}{MSE} = 24.83$
قطاعات الصفوف Row Blocks	145.255	5	29.05	$F_R = \frac{MSR}{MSE} = 4.02$
قطاعات الأعمدة Column Blocks	156.76	5	31.35	$F_C = \frac{MSC}{MSE} = 4.34$
الخطأ التجريبي Experimental Error	144.465	20	7.223	
المجموع (Total)	1343.33	35		

الاستنتاجات:

١. يوجد فروق معنوية بين مستويات التسميد النيتروجيني عند مستوى الدلالة ($\alpha = 0.01$)، وذلك لأن:

$$F_{Trt} = 24.83 > F_{0.01}(5, 20) = 4.10$$

٢. استخدام قطاعات الصفوف في التصميم كان مفيدًا عند مستوى الدلالة ($\alpha = 0.05$)، وذلك لأن:

$$F_R = 4.02 > F_{0.05}(5, 20) = 2.71$$

٣. استخدام قطاعات الأعمدة في التصميم كان مفيدًا عند مستوى الدلالة ($\alpha = 0.05$)، وذلك لأن:

$$F_C = 4.34 > F_{0.05}(5, 20) = 2.71$$

وأما قيمة مقياس الكفاءة النسبية لتصميم المربع اللاتيني مقارنة مع التصميم تام العشوائية فهي:

$$RE(LS{:}\,CRD) = \frac{MSR + MSC + (t-1)MSE}{(t+1)MSE}$$

$$= \frac{29.05 + 31.35 + (5)(7.223)}{(7)(7.223)} = 1.91$$

وقيمة هذا المقياس دليل على أن تصميم المربع اللاتيني الذي استخدم في هذه التجربة كان مفيدًا في تقليل الخطأ التجريبي، وفي تقليل تكلفة إجراء التجربة، حيث كان من المتطلب زيادة عدد التكرارات بنسبة (91%) للحصول على نفس الكفاءة في حال تم استخدام التصميم تام العشوائية.

(تم الجزء الثامن)