تصميم التجارب

Design of Experiments

الجزء السابع

تصميم القطاعات العشوائية الكاملة

Randomized Complete Block Design (RCBD)

مقدمة:

ذكرنا سابقًا أنه في التصميم تام العشوائية يتم توزيع المعالجات بشكل عشوائي تام على الوحدات التجريبية بدون قيد أو شرط على عشوائية التوزيع.

ولتطبيق هذا التصميم ينبغي أن تكون الوحدات التجريبية متجانسة.

إذا لم تكن الوحدات التجريبية متجانسة، فإن الاختلاف بين تلك الوحدات سيزيد في قيمة الخطأ التجريبي، مما يؤدي إلى تقليل كفاءة التجربة، حيث أن التضخم في الخطأ التجريبي قد يؤدي إلى إخفاء الفروق الحقيقية بين المعالجات.

وإذا لم تكن الوحدات التجريبية متجانسة فإن من الأجدر تجميع هذه الوحدات (إن أمكن) في مجموعات متجانسة تسمى القطاعات (Blocks)، ويتم توزيع المعالجات على الوحدات التجريبية بشكل عشوائي داخل كل قطاع، وبشكل مستقل عن القطاعات الأخرى، ومن ثم مقارنة المعالجات داخل كل قطاع (Block).

وبهذه الطريقة نكون قد تمكنا من إزالة الاختلافات بين القطاعات من الخطأ التجريبي، مما يؤدي إلى تقليل الخطأ التجريبي، من ثم إلى زيادة دقة التجربة في اكتشاف الفروق بين المعالجات. وبعبارة أخرى، إذا وجدت فروق معنوية بين المعالجات عند تطبيق مبدأ القطاعات، فستكون الفروق بسبب اختلاف المعالجات وليس بسبب اختلاف القطاعات (مستويات عامل القطاعات / العامل المزعج).

ومن جهة أخرى، إذا كان هناك عامل مزعج ولم نقم بإزالة تأثيره، وإذا وجدت فروق معنوية بين المعالجات، فقد يكون السبب في ذلك هو اختلاف مستويات هذا العامل المزعج (أي بسبب عدم تجانس الوحدات التجريبية) وليس بسبب اختلاف المعالجات. لذلك، سيكون لدينا في هذه الحالة خلط بين تأثير المعالجات وتأثير العامل المزعج، لأننا لم نستطع فصل هذين التأثيرين عن بعضهما، ولذلك لن نكون قادرين على معرفة سبب الاختلاف هل هو ناشئ بسبب عامل المعالجات أم بسبب عامل القطاعات أم بسبب كلا العاملين.

ويعتبر تصميم القطاعات العشوائية الكاملة (RCBD) من التصاميم الأساسية شائعة الاستخدام. وقلما يخلو تصميم من استخدام مبدأ القطاعات.

والهدف من هذا التصميم هو إزالة تأثير أحد العوامل المعروفة والممكن التحكم بها من مقارنة المعالجات. وتسمى هذه العوامل بالعوامل المزعجة (Nuisance Factor)، إن كل ما نريده من إدخال هذه العوامل في التصميم هو إزالة تأثيرها على عملية مقارنة المعالجات، ولا نرغب في مقارنة مستوياتها.

والعامل المزعج هو عامل منبثق من طبيعة المادة التجريبية. ويمكن من خلاله تصنيف الوحدات التجريبية إلى فئات أو مجموعات متجانسة (تسمى القطاعات Blocks) وهي عبارة عن مستويات هذا العامل.

وتكون عملية تكوين القطاعات ناجحة، إذا استطعنا تقسيم الوحدات التجريبية إلى قطاعات بحيث تكون الوحدات التجريبية أكثر تجانسًا داخل القطاع وأكثر اختلافًا بين القطاعات. أي عندما يكون التباين بين الوحدات التجريبية داخل القطاع أقل من التباين بين الوحدات التجريبية التي تكون في قطاعات مختلفة.

وهناك عدة معايير تتم على أساسها طريقة تكوين القطاعات، وتعتمد هذه الطريقة على نوعية الوحدات التجريبية وطريقة تنفيذ التجربة وطريقة القياس.

أمثلة للمتغيرات التي يمكن أن تمثل عوامل للقطاعات:

(١) عند مقارنة كفاءة عدة أنواع من الأعلاف في تسمين الأغنام، فهناك عدة عوامل مرشحة لأن تكون عامل للقطاعات؛ مثل: جنس الحيوان، أو العمر، أو الصنف.
فإذا كان عامل القطاعات هو الجنس، يتم تجميع الحيوانات في مجموعات متجانسة من حيث الجنس (ذكر أو أنثى) ويتم تطبيق جميع معالجات الأعلاف في كل قطاع. وبذلك نكون قد قارنا أنواع الأعلاف داخل كل مجموعة (قطاع) وأزلنا تأثيرعامل الجنس من المقارنة.
(٢) عند مقارنة تأثير عدة أنواع من السماد على كمية محصول القمح، فهناك عدة عوامل مرشحة لأن تكون عامل للقطاعات؛ مثل: القطع الزراعية، أو نوع القمح.
(٣) عند مقارنة بعض المعالجات في التجارب المعملية، فهناك عدة عوامل مرشحة لأن تكون عامل للقطاعات؛ مثل: فني المختبر (إذا كان هناك عدة فنيين يقومون بتنفيذ التجربة أو أخذ القياسات)، أو الفترة الزمانية التي تطبق فيها التجربة (إذا لم يكن بالإمكان إكمال التجربة في فترة زمانية واحدة)، أو المختبر (إذا كان هناك عدة مختبرات يتم فيها تنفيذ التجربة أو أخذ القياسات)، أو مصدرالمواد التجريبية (إذا كانت المواد التجريبية تأتي من عدة مصادر).

مزايا تصميم القطاعات العشوائية:

(١) تحسين دقة وكفاءة التجربة.
(٢) زيادة المرونة في تنفيذ التجربة وتوسيع نطاق نتائجها. (الزمان/ المكان).
(٣) إمكانية استخدم أي عدد من القطاعات وأي عدد من المعالجات.
(٤) بساطة التحليل الإحصائي حتى في حالة فقدان بعض المشاهدات.

عيوب تصميم القطاعات العشوائية:

(١) تنقص كفاءة التصميم بزيادة عدد القطاعات (زيادة عدد القطاعات يؤدي إلى نقصان درجات الحرية للخطأ التجريبي).
(٢) تنقص كفاءة التصميم إذا لم يتوافر التجانس الكافي بين الوحدات التجريبية في القطاع الواحد.
(٣) تقل كفاءة التصميم في حالة تجانس الوحدات التجريبية، ويكون التصميم التام العشوائية أكثر كفاءة منه.

طريقة التوزيع العشوائي (التعشية Randomization) في تصميم القطاعات العشوائية التامة بمشاهدة واحدة (وحدة تجريبية واحدة) لكل خلية:

لنفرض أن لدينا أربع معالجات ($t = 4$)، والمعالجات هي (T_1, T_2, T_3, T_4).

ولنفرض أن لدينا ثلاثة قطاعات ($r = 3$) والقطاعات هي (B_1, B_2, B_3).

ولنفرض ان لدينا ١٢ وحدة تجريبية ($N = t \times r = 12$)، بحيث يمكن تقسمها إلى ثلاث مجموعات، كل مجموعة تحوي ٤ وحدات تجريبية متجانسة فيما بينها ومختلفة عن الوحدات التجريبية التي في المجموعات الأخرى. إن كل مجموعة من هذه المجموعات تشكل أحد القطاعات الثلاثة.

لاحظ أن:

عدد المجموعات = عدد القطاعات = r = ٣.

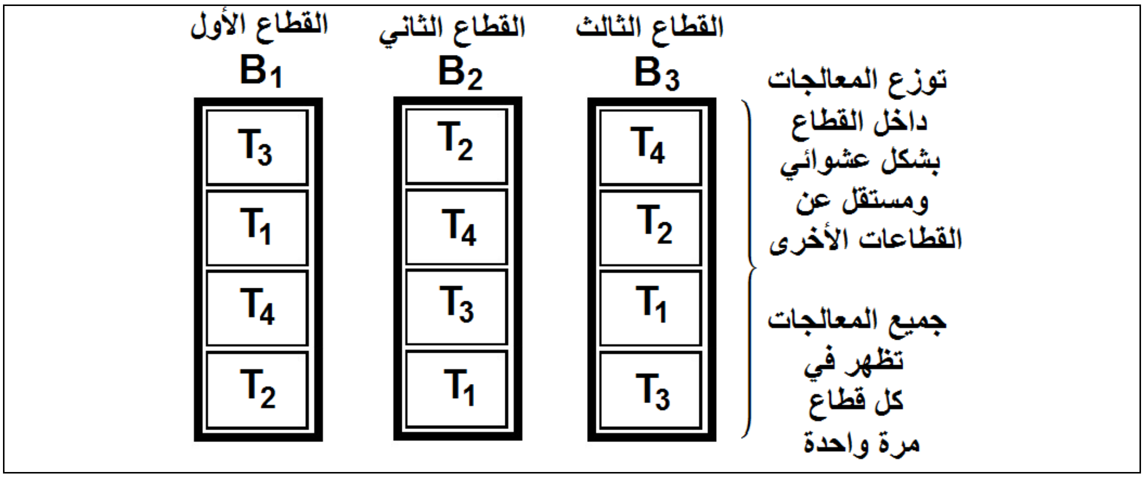
عدد الوحدات التجريبية في كل قطاع (حجم القطاع) = عدد المعالجات = t = ٤.

في كل قطاع من القطاعات الثلاثة، نقوم بتوزيع المعالجات الأربع بشكل عشوائي على الوحدات التجريبية داخل القطاع، وبشكل مستقل عن عملية توزيع المعالجات في القطاعات الأخرى.

ملاحظات:

(١) يتم تطبيق جميع المعالجات داخل كل قطاع مرة واحدة، وبشكل عشوائي، وبشكل مستقل عن تطبيق المعالجات في القطاعات الأخرى.
(٢) عملية التوزيع العشوائية غيرتامة؛ حيث أنها مقيدة داخل كل قطاع.

والشكل الآتي يوضح طريقة تقسيم الوحدات التجريبية إلى قطاعات وتوزيع المعالجات داخل كل قطاع:



ولتوضيح الشكل العام لمشاهدات هذا التصميم، لنفرض أن عدد المعالجات هو (t)، والمعالجات هي $(T_1, T_2, \dots, T_t)$.

ولنفرض أن عدد القطاعات هو (r) والقطاعات هي $(B_1, B_2, \dots , B_r)$.

ولنفرض أن هناك وحدة تجريبية واحدة لكل خلية، وبذلك يكون العدد الكلي للوحدات تجريبية هو $(N = t \times r = tr)$.

والجدول الآتي يمثل طريقة تلخيص بيانات هذا التصميم:

المعالجات (Treatments)	القطاعات (Blocks)				مجموع المعالجة	متوسط المعالجة
	B_1	B_2	...	B_r	$Y_{i\bullet}$	$\bar{Y}_{i\bullet}$
1	Y_{11}	Y_{12}	$\cdots$	Y_{1r}	$Y_{1\bullet}$	$\bar{Y}_{1\bullet}$
2	Y_{21}	Y_{22}	$\cdots$	Y_{2r}	$Y_{2\bullet}$	$\bar{Y}_{2\bullet}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
t	Y_{t1}	Y_{t2}	$\cdots$	Y_{tr}	$Y_{t\bullet}$	$\bar{Y}_{t\bullet}$
مجموع القطاع $Y_{\bullet j}$	$Y_{\bullet 1}$	$Y_{\bullet 2}$	$\cdots$	$Y_{\bullet r}$	المجموع العام $Y_{\bullet\bullet}$	
متوسط القطاع $\bar{Y}_{\bullet j}$	$\bar{Y}_{\bullet 1}$	$\bar{Y}_{\bullet 2}$	$\cdots$	$\bar{Y}_{\bullet r}$		المتوسط العام $\bar{Y}_{\bullet\bullet}$

ويتم حساب المجاميع والمتوسطات الواردة في الجدول أعلاه بالصيغ الآتية:

طريقة الحساب	المجموع أو المتوسط
$Y_{i\bullet} = \sum_{j=1}^{r} Y_{ij}$	مجموع المعالجة رقم (i)
$\bar{Y}_{i\bullet} = \dfrac{Y_{i\bullet}}{r}$	متوسط المعالجة رقم (i)
$Y_{\bullet j} = \sum_{i=1}^{t} Y_{ij}$	مجموع القطاع رقم (j)

طريقة الحساب	المجموع أو المتوسط
$\bar{Y}_{\bullet j} = \frac{Y_{\bullet j}}{t}$	متوسط القطاع رقم (j)
$Y_{\bullet\bullet} = \sum_{i=1}^{t} Y_{i\bullet} = \sum_{j=1}^{r} Y_{\bullet j} = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} Y_{ij}$	المجموع العام (الكلي)
$\bar{Y}_{\bullet\bullet} = \frac{Y_{\bullet\bullet}}{tr} = \frac{Y_{\bullet\bullet}}{N}$	المتوسط العام (الكلي)
$N = tr$	عدد المشاهدات الكلي

النموذج الخطي (Linear Model):

سنفرض عدم وجود تداخل أو تفاعل بيني (Interaction) بين القطاعات والمعالجات. أي أن طبيعة العلاقة بين متغيرالاستجابة وعامل المعالجات لا يعتمد على القطاعات. (سوف نتحدث لاحقًا بشيء من التفصيل عن مفهوم التداخل البيني).

ولنفرض أن المشاهدة (Y_{ij}) هي المشاهدة الخاصة بالمعالجة رقم (i) في القطاع رقم (j).

بشكل مشابه للنموذج الخطي لتحليل التباين الأحادي، فإننا نفترض أن قيمة متغير الاستجابه (Y_{ij}) يمكن تفكيكها إلى أربع مركبات وفقًا للصيغة الآتية:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \epsilon_{ij}$$

$$i = 1, 2, \ldots, t \quad ; \quad \mathrm{j} = 1, 2, \ldots, \mathrm{r}$$

حيث أن:

١. μ = المتوسط العام؛ وهو قيمة ثابتة ومجهولة.
٢. τ_i = تأثير المعالجة رقم (i) وهي قيمة مجهولة.
وقد تكون ثابتة أو عشوائية، ويعتمد ذلك على نوع التصميم.
٣. β_j = تأثير القطاع رقم (j) وهي قيمة مجهولة ثابتة.
وقد تكون ثابتة أو عشوائية، ويعتمد ذلك على نوع التصميم.
٤. ϵ_{ij} = الخطأ العشوائي للوحدة التجريبية للمعالجة رقم (i) في القطاع رقم (j).

والافتراضات الأساسية لهذا النموذج هي:

١. إذا كانت تأثيرات المعالجات (τ_i) ثابتة، فلا بد أن تحقق الشرط: $\sum_{i=1}^{t} \tau_i = 0$.
وأما إن كانت عشوائية، فلا بد أن تكون متوزعة وفق التوزيع الطبيعي بمتوسط (0) وتباين (σ_τ^2)، أي أن $\tau_i \sim \mathrm{N}(0, \sigma_\tau^2)$.
٢. إذا كانت تأثيرات القطاعات (β_j) ثابتة، فلا بد أن تحقق الشرط: $\sum_{j=1}^{r} \beta_j = 0$.
وأما إن كانت عشوائية (وهذا هو الغالب في الكثير من التجارب)، فلا بد أن تكون متوزعة وفق التوزيع الطبيعي بمتوسط (0) وتباين (σ_β^2)، أي أن $\beta_j \sim \mathrm{N}(0, \sigma_\beta^2)$.

٣. الأخطاء العشوائية (ϵ_{ij}) تتوزع بشكل مستقل وفق التوزيع الطبيعي بمتوسط (0) وتباين (σ_ϵ^2)، أي أن $\epsilon_{ij}\sim N(0\,,\sigma_\epsilon^2)$.

٤. عدم وجود تداخل بيني بين تأثيرات القطاعات وتأثيرات المعالجات.

إن الهدف الأساس من تصميم القطاعات العشوائية الكاملة هو التحقق من وجود (أو عدم وجود) فروق معنوية بين تأثير المعالجات (بعد إزالة تأثير القطاعات)، وتقديرتلك الفروق إن وجدت.

وبمعنى آخر، فإننا نرغب في اختبار الفروض الآتية:

(١) للنموذج الثابت:

$$H_o: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_t$$

H_1: يوجد متوسط واحد على الأقل (μ_i) مختلف

حيث أن (μ_i) هو متوسط المعالجة رقم (i).

ويمكن صياغة فرض العدم السابق بشكل مكافئ على النحو الآتي:

$$H_o: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_t$$

وعند وضع الشرط $\sum_{i=1}^{t} \tau_i = 0$، يصبح فرض العدم على الشكل الآتي:

$$H_o: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_t = 0$$

(٢) للنموذج العشوائي:

$$H_o: \sigma_\tau^2 = 0$$

$$H_1: \sigma_\tau^2 > 0$$

لاحظ أن $(\sigma_\tau^2 = 0)$ يعني عدم وجود اختلافات بين جميع التأثيرات (τ_i) في مجتمع تأثيرات المعالجات.

كما أننا نرغب في التعرف على مكامن الاختلافات، وتقدير الاختلافات، في حالة وجود فروق معنوية بين المعالجات.

ملاحظة:

في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة يتم إدخال عامل القطاعات من أجل إزالة تأثيره على عملية مقارنة المعالجات. إذ ليس من أهداف التجربة التحقق من وجود فروق بين القطاعات. وفي الغالب، نكون مهتمين بمقارنة مستويات عامل القطاعات من أجل تقييم الفائدة المتحصل عليها من إدخال عامل القطاعات في التصميم.

تحليل التباين لتصميم القطاعات العشوائية الكاملة بمشاهدة واحدة (وحدة تجريبية واحدة) لكل خلية:

إن مجموع المربعات الكلي هو:

$$SS_{Total} = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{\bullet\bullet}\right)^2$$

ودرجات الحرية الكلية المصاحبة هي:

$$df_{Total} = N - 1 = tr - 1$$

وبشكل مشابه لما مر معنا سابقًا، نقوم بتجزيء مجموع المربعات الكلي ودرجات الحرية الكلية وفقًا لمصادر الاختلاف إلى ثلاث مركبات؛ وهي:

مجموع مربعات المعالجات (SS_{Trt}) بدرجات حرية $(df_{Trt} = t - 1)$

مجموع مربعات القطاعات (SS_{Blk}) بدرجات حرية $(df_{Blk} = r - 1)$

مجموع مربعات الخطأ التجريبي (SS_E) بدرجات حرية $(df_E = (t-1)(r-1))$

كما يأتي:

$$SS_{Total} = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{\bullet\bullet}\right)^2$$
$$= \underbrace{r\sum_{i=1}^{t}(\bar{Y}_{i\bullet} - \bar{Y}_{\bullet\bullet})^2}_{SS_{Trt}} + \underbrace{t\sum_{j=1}^{r}\left(\bar{Y}_{\bullet j} - \bar{Y}_{\bullet\bullet}\right)^2}_{SS_{Blk}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{i\bullet} - \bar{Y}_{\bullet j} + \bar{Y}_{\bullet\bullet}\right)^2}_{SS_E}$$

وبالمثل، يتم تجزيء درجات حرية مجموع المربعات الكلي إلى ثلاث مركبات كما يأتي:

$$df_{Total} = tr - 1$$
$$= \underbrace{(t-1)}_{df_{Trt}} + \underbrace{(r-1)}_{df_{Blk}} + \underbrace{(t-1)(r-1)}_{df_E}$$

والجدول الآتي يوضح مجاميع المربعات والصيغ الحسابية لها:

الصيغة الحسابية	صيغة التعريف الجبرية	مجموع المربعات
$\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{t} Y_{i\bullet}^{\;2} - CF$	$r\sum_{i=1}^{t}(\bar{Y}_{i\bullet} - \bar{Y}_{\bullet\bullet})^2$	SS_{Trt}
$\frac{1}{t}\sum_{j=1}^{r} Y_{\bullet j}^{\;2} - CF$	$t\sum_{j=1}^{r}\left(\bar{Y}_{\bullet j} - \bar{Y}_{\bullet\bullet}\right)^2$	SS_{Blk}
$SS_{Total} - SS_{Trt} - SS_{Blk}$	$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{i\bullet} - \bar{Y}_{\bullet j} + \bar{Y}_{\bullet\bullet}\right)^2$	SS_E
$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} Y_{ij}^{\;2} - CF$	$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{\bullet\bullet}\right)^2$	SS_{Total}
$CF = \frac{Y_{\bullet\bullet}^{\;2}}{N}$		

ونحسب أيضًا متوسطات المربعات كما يأتي:

متوسط مربعات المعالجات هو:

$$MSTrt = \frac{SS_{Trt}}{t-1}$$

متوسط مربعات القطاعات هو:

$$MSBlk = \frac{SS_{Blk}}{r-1}$$

ومتوسط مربعات الخطأ التجريبي هو:

$$MSE = \frac{SS_E}{(t-1)(r-1)}$$

ثم نقوم بحساب إحصاءة الاختبار (اختبار إف) بالصيغة الآتية:

$$F_{Trt} = \frac{MSTrt}{MSE}$$

إذا كان فرض العدم (H_o) صحيحًا، فإن الإحصاءة (F_{Trt}) تتوزع وفق توزيع إف بدرجتي حرية $(df_1 = df_{trt})$ و $(df_2 = df_E)$، أي أن:

$$F_{Trt} \sim F(t-1, (t-1)(r-1))$$

ولذلك، فإننا نرفض فرض العدم $(H_o: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k)$ عند مستوى الدلالة (α) إذا كانت قيمة إحصاءة الاختبار (F_{Trt}) أكبر من القيمة الجدولية:

$$F_\alpha(t-1, (t-1)(r-1))$$

أي إذا كان:

$$F_{Trt} > F_\alpha(t-1, (t-1)(r-1))$$

جدول تحليل التباين:

يمكن تلخيص الحسابات في جدول تحليل التباين كما يأتي:

مصادر الاختلاف S.O.V.	مجموع المربعات SS	درجات الحرية df	متوسط المربعات MS	قيمة إف F - ratio
المعالجات Treatments	SS_{Trt}	$t-1$	$MSTrt$	$F_{Trt} = \frac{MSTrt}{MSE}$
القطاعات Blocks	SS_{Blk}	$r-1$	$MSBlk$	$F_{Blk} = \frac{MSBlk}{MSE}$
الخطأ التجريبي				

Experimental Error	SS_E	$(t-1)(r-1)$	MSE	
المجموع (Total)	SS_{Total}	$tr-1$		

ملاحظة:

يمكن استخدام النسبة:

$$F_{Blk} = \frac{MSBlk}{MSE}$$

كمؤشر عددي (وليس كاختبار إحصائي) للدلالة على مدى أهمية استخدام القطاعات في هذا التصميم.

فإذا كان:

$$F_{Blk} > \ F_{\alpha}(r-1,(t-1)(r-1))$$

فإننا نستنتج أن استخدام القطاعات في هذه التجربة كان مفيدًا.

وأما إذا كان:

$$F_{Blk} \leq \ F_{\alpha}(r-1,(t-1)(r-1))$$

فإننا نستنتج أن استخدام عامل القطاعات في هذه التجربة لم يكن مفيدًا، ونوصي بعدم استخدامه عند إجراء هذا النوع من التجارب مستقبلاً.

الكفاءة النسبية لتصميم القطاعات العشوائية الكاملة (Relative Efficiency of RCBD):

ذكرنا سابقًا بأنه يمكن استخدام الكمية

$$F_{Blk} = \frac{MSBlk}{MSE}$$

كمؤشر للدلالة على مدى فائدة استخدام القطاعات في التصميم.

ولقياس كفاءة تصميم القطاعات العشوائية الكاملة (RCBD) مقارنة مع التصميم تام العشوائية (CRD) يمكننا استخدام المقياس الآتي:

$$RE = \frac{(r-1)MSBlk + r(t-1)MSE}{(tr-1)MSE}$$

كمقياس للكفاءة النسبية لتصميم القطاعات العشوائية الكاملة مقارنة مع التصميم تام العشوائية. فإذا كانت القطاعات فعالة في تقليل الخطأ التجريبي فإن قيمة هذا المقياس تكون أكبر من الواحد الصحيح.

ويمكن تفسير قيمة هذا المقياس كما يأتي:

إذا فرضنا أن عدد تكرارات المعالجات في التصميم تام العشوائية هو (n_C) وعدد تكرارات المعالجات في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة هو $(n_B = r)$، فلكي تكون كفاءة التصميم تام العشوائية مساوية لكفاءة تصميم القطاعات العشوائية الكاملة، فلابد أن يكون:

$$n_C = RE \times n_B$$

فعلى سبيل المثال، لو كان $(RE = 1.6)$ وكانت عدد تكرارات المعالجات في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة هو $(n_B = r = 5)$ ، فلابد أن يكون عدد التكرارات في التصميم تام العشوائية للوصول إلى نفس كفاءة تصميم القطاعات العشوائية الكاملة مساوٍ للقيمة:

$$n_C = RE \times n_B = 1.6 \times 5 = 8$$

مثال:

أجريت تجربة لدراسة تأثير ٥ مستويات من التسميد الفسفوري (0, 150, 300, 450, 600) على كمية محصول القمح. حيث تم تحديد ثلاثة حقول زراعية، يتكون كل واحد منها من ٥ قطع زراعية. وتم توزيع المعالجات الخميس (مستويات الفسفور) على القطع الزراعية بشكل عشوائي داخل كل حقل وبشكل مستقل عن الحقول الأخرى (أي تم استخدام تصميم القطاعات العشوائي الكاملة باستخدام الحقول كقطاعات). ثم قيس المحصول بالطن لكل هكتار، ولخصت البيانات في الجدول الآتي:

		القطاعات (الحقول)				
		1	2	3	مجموع المعالجة $Y_{i\bullet}$	متوسط المعالجة $\bar{Y}_{i\bullet}$
المعالجات = مستويات الفسفور	0	٤,٨٠	4.63	3.98	13.41	4.470
	150	٥,١٢	5.23	4.28	14.63	4.877
	300	٥,٢٩	5.53	5.36	16.18	5.393
	450	٥,١٣	5.48	5.06	15.67	5.223
	600	٥,١٣	5.33	5.03	15.49	5.163
	مجموع القطاع $Y_{\bullet j}$	25.47	26.2	23.71	المجموع العام $Y_{\bullet\bullet}$ 75.38	
	متوسط القطاع $\bar{Y}_{\bullet j}$	5.094	5.24	4.742	المتوسط العام $\bar{Y}_{\bullet\bullet}$ 5.02533	

ويرغب الباحث في معرفة ما يأتي:

١. هل هناك فروق معنوية بين مستويات التسميد الفسفوري؟ (عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$)
٢. هل القطاعات كانت مهمة للتصميم؟ (عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$)

الحسابات:

$$N = t \times r = 5 \times 3 = 15$$

$$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} Y_{ij}^{2} = 4.8^2 + 4.63^2 + \cdots + 5.03^2 = 381.4752$$

$$\sum_{i=1}^{t} Y_{i\bullet}^{2} = 13.14^2 + 14.63^2 + 16.18^2 + 15.67^2 + 15.49^2 = 1141.146$$

$$\sum_{j=1}^{r} Y_{\bullet j}^{2} = 25.47^2 + 26.2^2 + 23.71^2 = 1897.325$$

$$CF = \frac{Y_{\bullet\bullet}^{2}}{N} = \frac{75.38^2}{15} = 378.809627$$

مجاميع المربعات:

$$SS_{Total} = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} Y_{ij}^{2} - CF = 381.4752 - 378.809627 = 2.665573$$

$$SS_{Trt} = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{t} Y_{i\bullet}^{2} - CF = \frac{1}{3}(1141.146) - 378.809627 = 1.572373$$

$$SS_{Blk} = \frac{1}{t}\sum_{j=1}^{r} Y_{\bullet j}^{2} - CF = \frac{1}{5}(1897.325) - 378.809627 = 0.655373$$

$$SS_{E} = SS_{Total} - SS_{Trt} - SS_{Blk}$$
$$= 2.665573 - 1.572373 - 0.655373 = 0.437827$$

درجات الحريات:

$$df_{Total} = tr - 1 = 15 - 1 = 14$$

$$df_{Trt} = t - 1 = 5 - 1 = 4$$

$$df_{Blk} = r - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$df_{E} = (t-1)(r-1) = 2 \times 4 = 8$$

القيم الجدولية:

$$F_{\alpha}\big(t-1, (t-1)(r-1)\big) = F_{0.05}(4, 8) = 3.84$$

$$F_\alpha\big(r,(t-1)(r-1)\big) = F_{0.05}(2,8) = 4.46$$

جدول تحليل التباين:

مصادر الاختلاف S.O.V.	مجموع المربعات SS	درجات الحرية df	متوسط المربعات MS	قيمة إف F - ratio
المعالجات (مستويات الفسفور) Treatments	1.572373	4	0.39309	F_{Trt}= 7.1826
القطاعات (الحقول) Blocks	0.655373	2	0.32769	F_{Blk}= 5.9876
الخطأ التجريبي Experimental Error	0.437827	8	0.054728	
المجموع (Total)	2.665573	14		

الاستنتاجات:

١. يوجد فروق معنوية بين مستويات التسميد الفسفوري، وذلك لأن:

$$F_{Trt} = 7.1826 > F_\alpha\big(t-1,(t-1)(r-1)\big) = 3.84$$

وبالنظر إلى متوسطات المعالجات:

المعالجة (مستوى الفسفور)	0	150	300	450	600
المتوسط $(\bar{Y}_{i\bullet})$	4.47	4.877	5.393	5.223	5.163

نلاحظ أن متوسط كمية المحصول تزداد بزيادة مستوى التسميد حتى تصل إلى أعلى كمية عند المستوى (300) بعد ذلك تتناقص كمية المحصول بزيادة مستوى التسميد.

٢. استخدام الحقول كقطاعات في التصميم كان مفيدًا، وذلك لأن:

$$F_{Blk} = 5.9876 > F_\alpha\big(r-1,(t-1)(r-1)\big) = 4.46$$

وأما قيمة مقياس الكفاءة النسبية لتصميم القطاعات العشوائية الكاملة مقارنة مع التصميم تام العشوائية فهي:

$$RE = \frac{(r-1)MSBlk + r(t-1)MSE}{(tr-1)MSE}$$

$$= \frac{(2)(0.32769) + (3)(4)(0.054728)}{(14)(0.054728)} = 1.71$$

وقيمة هذا المقياس تعني أنه لو أردنا أن نطبق التصميم تام العشوائية بدلاً من تصميم القطاعات العشوائية الكاملة، بحيث نحصل على نفس الكفاءة، فلا بد أن نكرر كل معالجة عدد من المرات مقداره (لا يقل عن):

$$n_C = RE \times n_B = 1.71 \times 3 = 5.13$$

(تم الجزء السابع)