Polar Coordrinates
الإحداثيات القطبية
Math 111
Lecture 27

Dr. Nasser Bin Turki

King Saud University
Department of Mathematics

2017

الإحداثيات القطبية

Polar Coordrinates:

الفصل الثالث :

رسم المنحنيات القطبية:

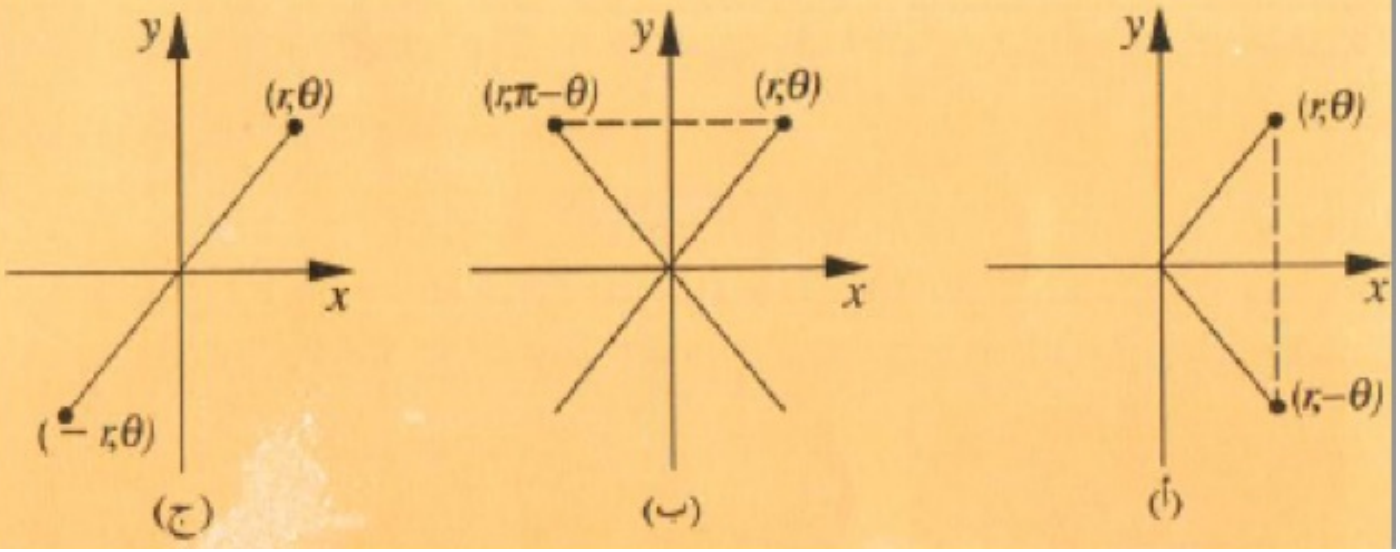
عند رسم المنحنيات القطبية فآنه من الجيد معرفة التماثل حول المحور القطبي(محور x) آو حول المحور المعامد له $\theta = \pi/2$) حول محور y (أو المحور القطبي (نقطة الاصل). يمكننا معرفة ذلك بالتفاصيل في النظرية التالية.

نظرية :

(١) المحور القطبي (محور x) إذا كانت المعادلة لا تتغير بتبديل (r,θ) بالزوج $(r,-\theta)$ أو تبديل (r,θ) بالزوج $(-r,\pi-\theta)$.

(٢) المستقيم $\theta=\pi/2$ (محور y) إذا كانت المعادلة لا تتغير بتبديل (r,θ) بالزوج $(r,\pi-\theta)$ أو تبديل (r,θ) بالزوج $(-r,-\theta)$.

(٣) حول القطب O (نقطة الأصل) إذا كانت المعادلة لا تتغير بتبديل (r,θ) بالزوج $(-r,\theta)$ أو تبديل (r,θ) بالزوج $(r,\theta+\pi)$.



١) المستقيمات في الإحداثيات القطبية:

معادلة المستقيم في الاحادثيات القطبية كالتالي:

معادلة المستقيم الراسي $x = a$ القطبية هي

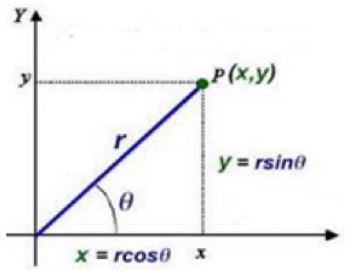
$$r = a\sec\theta.$$

و معادلة المستقيم الافقي $y = a$ القطبية هي

$$r = a\csc\theta.$$

و معادلة المستقيم العام $ax + by = c$ القطبية هي

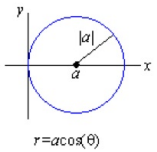
$$r = \frac{c}{a\cos\theta + b\sin\theta}.$$



٢) الدوائر في الإحداثيات القطبية:

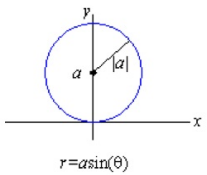
معادلة الدائرة التي مركزها $(a, 0)$ والمارة بنقطة الاصل في الاحداثيات القطبية تعطى بالمعادلة :

$$r = 2a\cos\theta$$



معادلة الدائرة التي مركزها $(0, a)$ و المارة بنقطة الاصل في الاحداثيات القطبية تعطى بالمعادلة

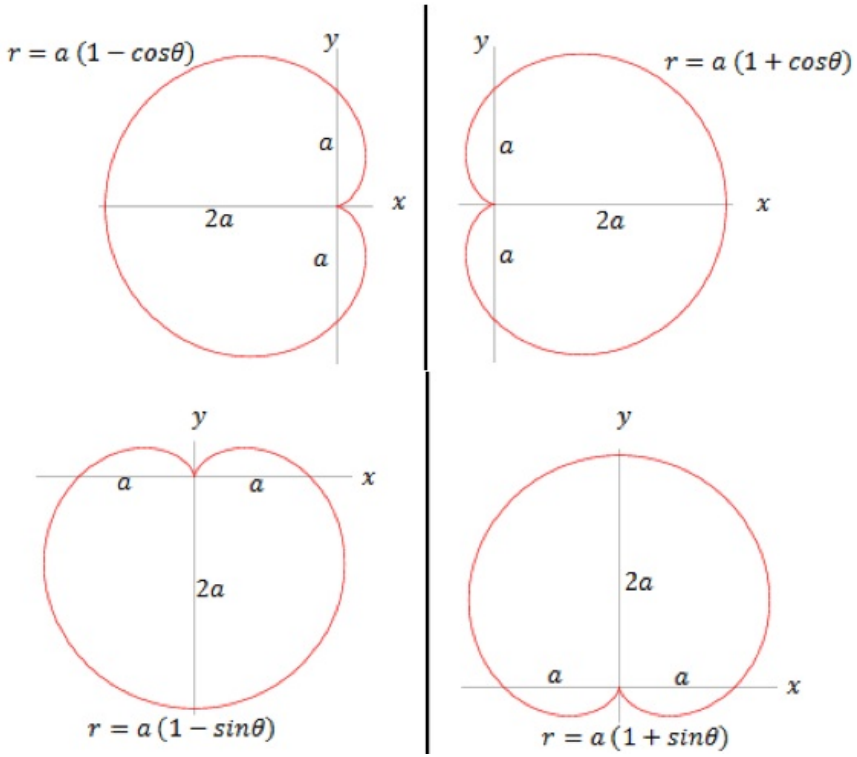
$$r = 2a\sin\theta$$



(٣) المنحنيات القلبية

معادلات المنحنيات القلبية (تأخذ شكل القلب) تعطى بالبيانات القطبية التالية

$$r = a(1 \pm \cos\theta), \qquad r = a(1 \pm \sin\theta) \qquad \forall \quad a \in \mathbb{R}$$

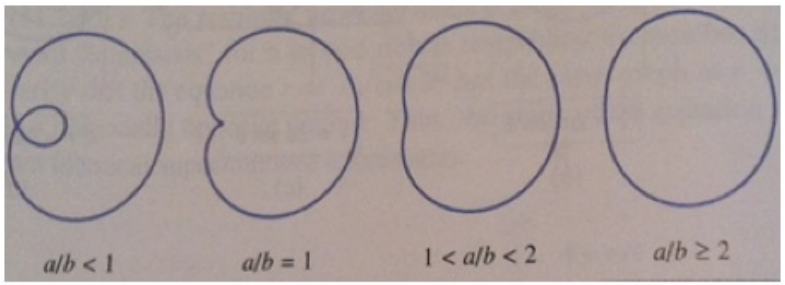


(٤) لمنحنيات الصدفية الدائرية

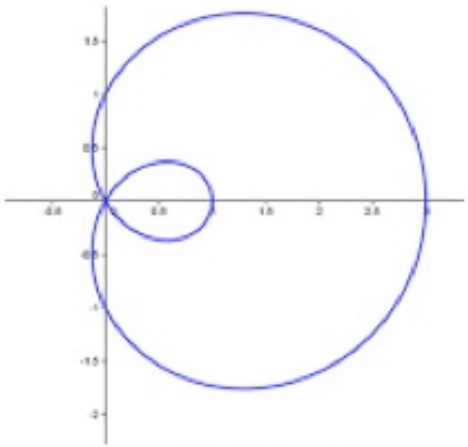
معادلات المنحنيات الصدفية تعطى بالبيانات التالية

$$r = a \pm b\cos\theta, \qquad r = a \pm b\sin\theta, \quad a > 0,\ b > 0$$

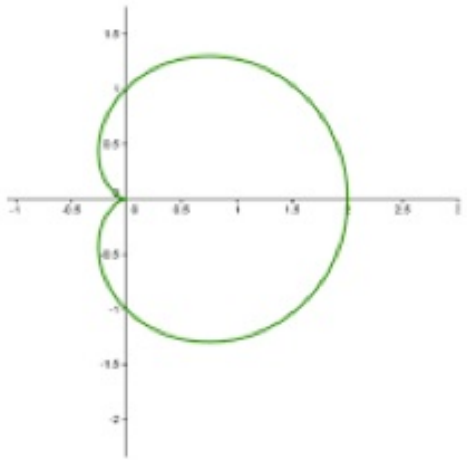
وشكل المنحنى يعتمد على النسبة $\frac{a}{b}$ كما هو موضح بالشكل التالي



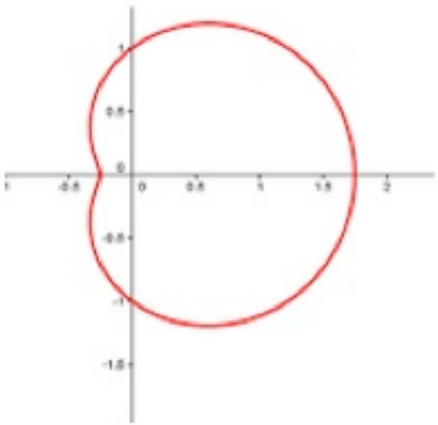
الشكل التالي يوضح الاختلاف في شكل المعادلة $r = a \pm b\cos\theta$ باختلاف قيم a, b



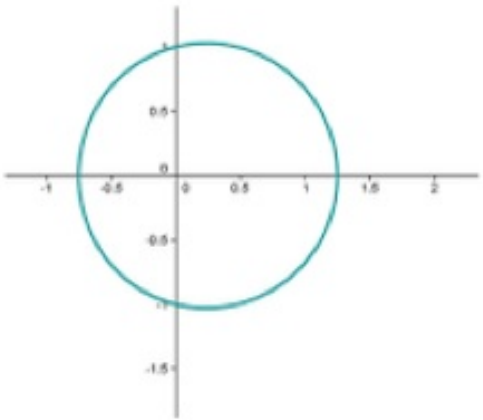
$r = 1 + 2cos\theta$



$r = 1 + cos\theta$



$r = 1 + 0.75\ cos\theta$

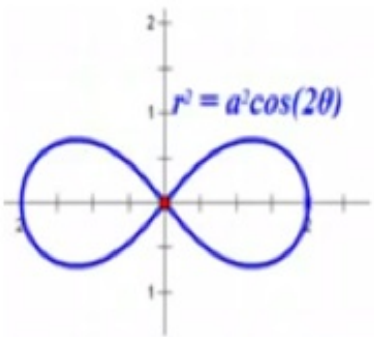


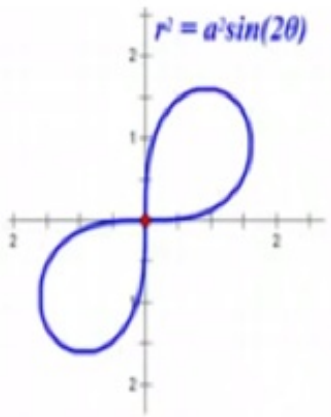
$r = 1 + 0.25\ cos\theta$

(٥) ذوات العروتين

معادلات المنحنيات ذي العروتين تعطى بالبيانات التالية

$$r^2 = \pm a^2 \cos 2\theta, \qquad r^2 = a^2 \sin 2\theta, \quad a > 0$$

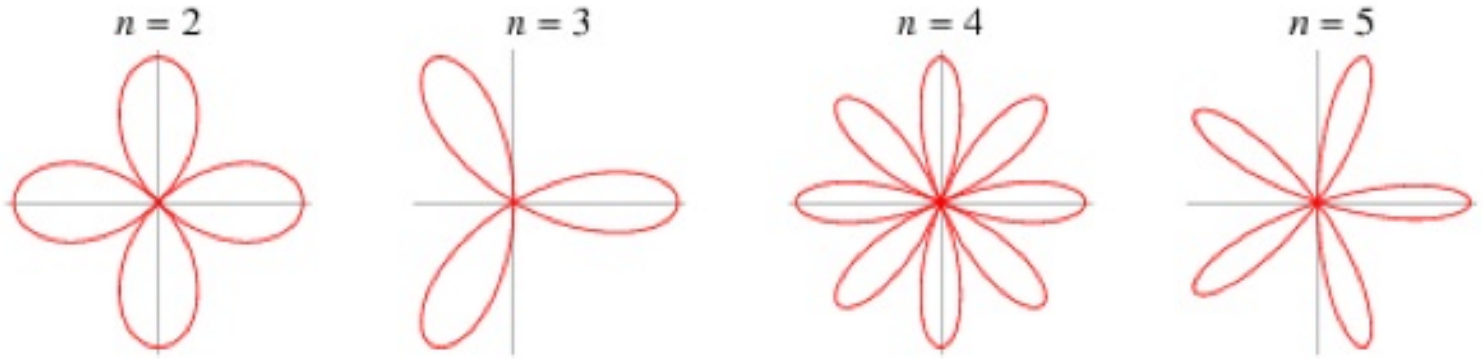




(٦)المنحنيات الوردية

معادلات المنحنيات التالية تكون على شكل وردة

$$r = a\cos n\theta, \qquad r = a\sin n\theta, \quad a > 0, \ n \in \mathbb{N}$$



ملاحظة:

اذا كان n عدد فردي فإن عدد الوريقات يساوي n

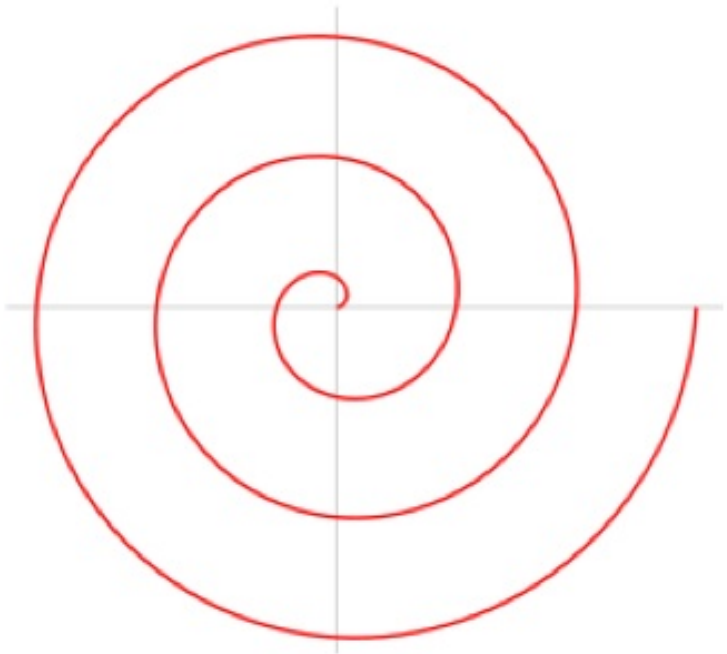
وإذا كان n عدد زوجي فعدد الوريقات يساوي $2n$ ،

(كما راينا في الشكل السابق).

(٧)حلزون ارخميدس

منحنى حلزون ارخميدس هو المنحنى الذي يدور حول نقطة الاصل عددا غير متنهى من المرات بحيث ان r يتزايد (يتناقص) عندما تتزايد θ ومعادلته تعطى من خلال .

$$r = a\theta, \quad \theta \leq 0, \qquad or \qquad r = a\theta, \quad \theta \geq 0, \quad a > 0.$$



Exercises

أرسم المنحنيات التالية:

$$r = 2$$

$$r = \sec\theta$$

$$r = 1 - \cos\theta$$

Thanks for listening.