

## ١ الدوال الأسية العامة والدوال الوغارتمية العامة:

### ١.١ الدوال الأسية العامة :

المقصود هنا بالدوال الاسية العامة هي التي لا يكون الاساس العدد  $e$  و تكون الدالة بالشكل التالي:

$$f(x) = a^x$$

أي يمكننا القول أنه عندما  $a = e$  فإنها تعتبر حالة خاصة.  
تعريف:

$$a^x = e^{x \ln a}, \forall x \in \mathbb{R}$$

### ١.١.١ ملحوظات هامة على الدالة الأسية العامة

$$f(x) = a^x : \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty) \bullet$$

$$\ln a^x = x \ln a, \forall x \in \mathbb{R} \bullet$$

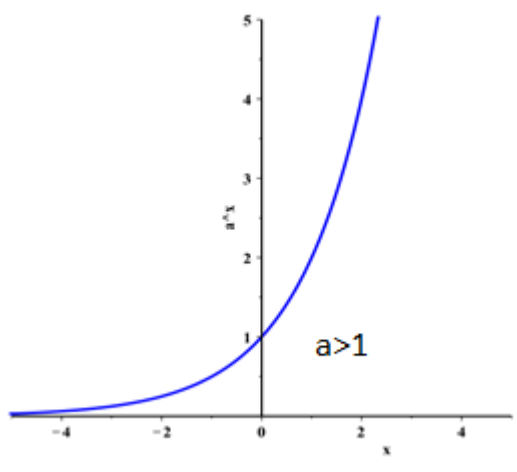
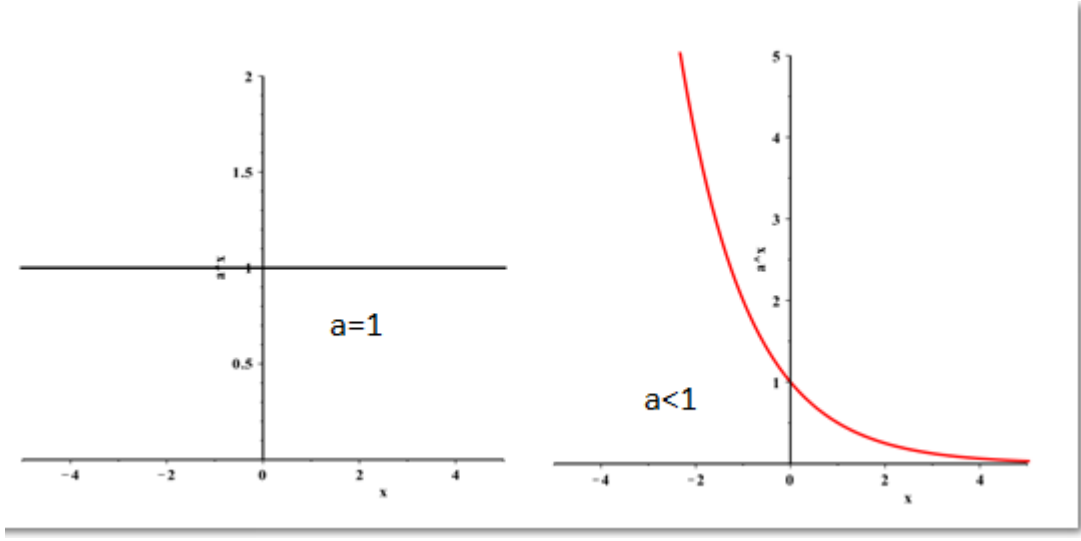
$$b > 0, a > 0 \text{ و } \forall x, y \in \mathbb{R} \bullet$$

$$a^x a^y = a^{x+y} \circ$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \circ$$

$$(a^x)^y = e^{xy} \circ$$

$$a^x b^x = (ab)^x \circ$$



## ٢.١.١ اشتقاق الدالة وتكامل الدوال الاسية العامة

بما أن:

$$\frac{d}{dx}(e^{x \ln a}) = e^{x \ln a} \ln a$$

فإن:

$$\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$$

و

$$\int a^x dx = \frac{1}{\ln a} a^x + c$$

قاعدة:

$$\frac{d}{dx} (a^{u(x)}) = a^{u(x)} \ln a u'(x)$$

مثال: أوجد المشتقة للدوال التالية:

$$(1) f(x) = 3^{2x^2-3x}$$

$$(2) y = x^2 6^{\sin x}$$

$$(3) y = x^{\sin x}$$

الحل: باخذ  $\ln$  للطرفين ثم نشتق ضمنا

$$(4) y = (x^2 + 1)^{x^3}$$

مثال: أوجد تكامل الدوال:

$$(1) \int \frac{2^{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

الحل : عن طريق التكامل بالتعويض نفرض

$$(2) \int_0^1 x5^{1+x^2} dx$$

$$(3) \int x3^{-x^2} dx$$



## ٢.١ الدوال اللوغاريتمية العامة:

الدالة اللوغاريتمية العامة هي معكوس للدالة الاسية العامة أي للاساس  $a$ .  
بحيث أن هذه الدالة تسمى بالدالة اللوغاريتمية للاساس  $a$  ويرمز لها بالرمز

$$\log_a$$

$$\log_a : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x = a^y \Leftrightarrow y = \log_a(x)$$

### ١.٢.١ ملحوظات هامة على الدوال اللوغارتمية العامة

- $\ln = \log_e$
- جرت العادة على كتابة الدالة اللوغارتمية للاساس 10 بالشكل  $\log_{10} = \log$
- $\log_a(x) = \frac{\ln x}{\ln a}$
- $r \in \mathbb{R}$  و  $\forall x, y \in \mathbb{R}^+$
- $\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$  ○
- $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y)$  ○
- $\log_a(x^r) = r \log_a x$  ○

### ٢.٢.١ اشتقاق الدالة وتكامل الدوال اللوغارتمية العامة

ملاحظة مهمة: لايجاد اشتقاق او تكامل الدوال اللوغارتمية العامة لاننسى العلاقة  $\log_a(x) = \frac{\ln x}{\ln a}$  ويجب ربطها لايجاد الحل ، لاننسى كذلك  $\log_{10} = \log$

مثال: أوجد المشتقة

$$(1) y = \log_7(2x^2 - 3x)$$
$$y' = \frac{4x - 3}{\ln(7)(2x^2 - 3x)}$$

$$(2) y = \log(\ln x)$$

$$y' = \frac{1}{\ln(10)(x \ln x)}$$

مثال: أوجد تكامل

$$\int \frac{dx}{x \log(x)}$$