اختبار (ت)

T- Test

اختبار (ت)

- أحد أهم الاختبارات الإحصائية وأكثرها استخداما في الأبحاث والدراسات التي تهدف للكشف عن دلالة الفروق الإحصائية بين متوسطي عينتين
- أمثلة:

1. الفرق بين متوسطي الذكور والإناث في الاختبار التحصيلي لمادة العلوم
2. الفرق بين طريقتين من طرق التدريس (باستخدام الحاسب / الطريقة التقليدية)

شروط عامة في الاختبارات المعلمية (مثل اختبار ت وتحليل التباين)

- هناك مجموعة من الافتراضات أو الاشتراطات العامة لاستخدام الاختبارات المعلمية مثل اختبار ت او تحليل التباين

1. مستوى قياس المتغير التابع كمي (نسبي أو فئوي)
2. المعاينة العشوائية: استخدام الأسلوب العشوائي في اختيار العينات
3. استقلالية القياس أو المشاهدات
4. التوزيع الاعتدالي للمتغير التابع
5. تجانس التباين: تماثل تشتت درجات المجموعات.

أنواع اختبار (ت)

- تقوم فكرة اختبار (ت) على حساب نسبة انحراف فرق أي متوسطين من متوسطات التوزيع الإحصائي إلى الخطأ المعياري المصاحب.
- اختبار ت لعينة واحدة
- اختبار ت لعينتين مستقلتين
- اختبار ت لعينتين مرتبطتين

اختبار ت لعينة واحدة

- يستخدم هذا الاختبار في مقارنة متوسط عينة بقيمة مفترضة للمجتمع
- ويعبر عنها كالتالي

- H_0: μ = a

- مثال:
- مقارنة متوسط تحصيل الطلاب في الرياضيات لدى عينة من الطلاب في إحدى مدارس مدينة الرياض بمتوسط تحصيل الطلاب العام في مدينة الرياض

السؤال: هل يختلف متوسط العينة عن المتوسط العام (60)؟

H_0: μ = 60

مثال لفحص فرضية حول معلمة مجتمع

- يستخدم اختبار ت لعينة واحدة لفحص فرضية حول معلمة المجتمع مثل ادعاء موظفي مؤسسة ما أن معدل ساعات العمل فيها يختلف عن المعدل العام لساعات العمل الأسبوعية والمحدد ب (40 ساعة).
- لاختبار هذا الادعاء (الفرضية) نقوم بالتالي:
- صياغة الفرض الصفري والفرض البديل
- تحديد الاختبار المناسب لاختبار الفرضية الصفرية
- تحديد أعلى نسبة خطأ يسمح الباحث بها (مستوى الدلالة α)
- جمع المعلومات وإجراء الاختبار
- اتخاذ القرار

شروط استخدام اختبار ت لعينة واحدة

- أن يكون المتغير التابع مقاسا على المستوى الكمي
- أن يتبع المتغير التابع التوزيع الاعتدالي
- استقلالية المشاهدات
- العينة مختارة عشوائيا

- وللإجابة عن السؤال جمع الباحث بيانات عن عينة مكونة من 80 عاملا في الشركة بالإضافة إلى عدد ساعات عمل كل منهم في الأسبوع الماضي.
- الفرض الصفري والفرض البديل

- H_0: $\mu = 40$
- H_a: $\mu \neq 40$

- مستوى الدلالة (α= 0.05)

- الاختبار ت للمجموعة الواحدة وقانونه:

$$t_{\bar{X}} = \frac{\bar{X} - \mu}{s_{\bar{X}}}$$

- إجراء الاختبار واتخاذ القرار

- الجدول التالي يوضح بعض المعلومات عن العينة
- عدد أفراد العينة (80)
- المتوسط ($\bar{X}$) يساوي 47.30
- الانحراف المعياري (S) يساوي 13.659
- الخطأ المعياري ($SE_{\bar{X}}$) ويعني الانحراف المعياري للمتوسط كإحصاءة عن المعلمة ويحسب من المعادلة التالية: $s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$

ويساوي 1.527

One-Sample Statistics

	N حجم العينة	Mean متوسط العينة	Std. Deviation الانحراف المعياري	Std. Error Mean الخطأ المعياري
Number of hours worked last week (ساعات العمل في الأسبوع الماضي)	80	47.30	13.659	1.527

- يتضح أن متوسط العينة لا يساوي 40 (القيمة المفترضة) ولكن ما احتمالية أن تختلف القيمة التي حصلنا عليها للمتوسط (47.3) عن القيمة المفترضة (40) فقط بسبب الخطأ العشوائي «عامل الصدفة)؟
- للإجابة عن هذا السؤال نستخدم اختبار ت لعينة واحدة
- قيمة اختبار ت تساوي (4.78)
- وتعني نسبة اختلاف متوسط العينة عن متوسط المجتمع المفترض إلى الاختلاف المتوقع في ضوء الصدفة فقط و هذه النسبة يصاحبها احتمالية أقل من 5%
- القرار: في ضوء المعلومات أعلاه نرفض الفرض الصفري القائل أن متوسط المجتمع يساوي 40
- هناك دلائل إحصائية كافية على أن متوسط المجتمع لا يساوي 40 عند مستوى دلالة 5%.

One-Sample Test

	Test Value = 40					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
Number of hours worked last week (ساعات العمل في الأسبوع الماضي)	4.780	79	0.000	7.300	4.26	10.34

اختبار ت لعينتين مستقلتين

- يستخدم هذا الاختبار في مقارنة متوسط عينتين مستقلتين (أي أن الأشخاص في المجموعة 1 ليسوا نفس الأشخاص في المجموعة 2)
- ويعبر عنها كالتالي

- H_0: $\mu 1 = \mu\ 2$

أو

H_0: $\mu 1 - \mu 2 = 0$

مثال:

- مقارنة متوسط تحصيل الطلاب الذكور في مادة الرياضيات بمتوسط تحصيل الطالبات

السؤال: هل يختلف تحصيل الطلاب الذكور عن الإناث في مادة الرياضيات؟

H_1: $\mu 1 \neq \mu\ 2$

أو

H_1: $\mu 1 - \mu 2 \neq 0$

شروط استخدام اختبار ت للعينات المستقلة

- **الافتراضات:**
- أن يكون المتغير المستقل متغيرا تصنيفيا ذا مستويين اثنين (ذكر – أنثى أو متعلم –غير متعلم)
- استقلالية المجموعات (في حالة عدم تحقق هذا الشرط مثل عندما يقاس الشخص مرتين فنحتاج اختبار ت للعينات المرتبطة)
- توزيع المتغير التابع اعتدالي
- تباينات المتغير التابع للمجموعات متجانسة (يمكننا استخدام طريقة أخرى لحساب قيمة ت)
- العينات مختارة عشوائيا

- الخطوات الأساسية للاختبارات الإحصائية
- لاختبار هذا الادعاء (الفرضية) نقوم بالتالي:
- صياغة الفرض الصفري والفرض البديل
- تحديد الاختبار المناسب لاختبار الفرضية الصفرية
- تحديد أعلى نسبة خطأ يسمح الباحث بها (مستوى الدلالة α)
- جمع المعلومات وإجراء الاختبار
- اتخاذ القرار

مثال تطبيقي

- أراد باحث أن يدرس الفرق بين متوسط تحصيل الطلاب ومتوسط تحصيل الطالبات في اختبار مادة الرياضيات.

✓اختار العينات بشكل عشوائي (عينة من الذكور وعينة من الإناث وكل عينة لا تقل عن 30)

✓وضع الفرض الصفري والفرض البديل

- H_0: μ1 = μ 2 أو H_0: μ1 - μ2 = 0
- H_1: μ1 ≠ μ 2 أو H_1: μ1 – μ2 ≠ 0

✓الاختبار المناسب هو اختبار ت للعينات المستقلة وقانونه:

$$t_{\bar{X}_1-\bar{X}_2} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}}$$

✓ومستوى الدلالة الإحصائيةα يساوي5% (وتعني أعلى نسبة خطأ من النوع الأول يسمح الباحث بها)

✓جمع المعلومات واتخاذ القرار

الجدول أدناه يعطي مجموعة من الإحصاءات:

- عدد أفراد العينة الذكور (56) والإناث (44)
- متوسط عينة الذكور (42.55) ومتوسط عينة الإناث (44.09)
- الانحراف المعياري (S) لعينة الذكور (10.976) والإناث (11.448)
- الخطأ المعياري لمتوسط الذكور($SE_{\bar{x}}$) يساوي (1.467) والإناث (1.726) ويعني الانحراف المعياري للمتوسط كإحصاءة عن المعلمة ويحسب من المعادلة التالية:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Group Statistics					
	Respondent's Sex	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Age of Respondent	Male	56	42.55	10.976	1.467
	Female	44	44.09	11.448	1.726

للتأكد من شرط تجانس التباين نستخدم اختبار ليفين (Levene’s Test)

- الفرض الصفري:
- $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
- الفرض البحثي:
- $H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$
- من الجدول يتضح أن القيمة الاحتمالية لاختبار ليفين لتساوي التباينات للمجموعتين أكبر من (α0.05)
- وعليه نقبل الفرض الصفري القائل بتجانس تبايني المجتمعين

Independent Samples Test			
		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Age of Respondent	Equal variances assumed	.047	.828
	Equal variances not assumed		

الجدول التالي يوضح نتائج اختبار ت للعينات المستقلة

- قيمة اختبار ت تساوي (6.82) وتعني نسبة الاختلاف المشاهد بين متوسطات العينات إلى الاختلاف المتوقع نتيجة الصدفة (الخطأ العشوائي). *قمنا بقراءة النتائج في الصف الأول لأننا لم نستطع رفض الفرض الصفري لتجانس التباين. ولو كنا رفضناه لاستخدمنا الصف الثاني.
- القيمة الاحتمالية المصاحبة لقيمة (ت) تساوي 0.497 وهي أكبر من مستوى الدلالة (0.05).
- القرار: لا توجد دلائل إحصائية كافية على وجود فروق بين متوسط تحصيل الطلاب و ومتوسط تحصيل الطالبات في مادة الرياضيات

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means		
		t	df	Sig. (2-tailed)
Age of Respondent	Equal variances assumed	**-.682-**	98	**.497**
	Equal variances not assumed	-.679-	90.595	.499

اختبار ت لعينتين مرتبطتين

- يستخدم هذا الاختبار في مقارنة متوسط **عينتين مرتبطتين** (مثل أن يكون الأشخاص في المجموعة 1 هم نفس الأشخاص في المجموعة 2)
- ويعبر عنها كالتالي

- H_0: μ1 = μ 2

أو

H_0:d = μ1 - μ2 = 0

مثال:

- مقارنة متوسط قلق الطلاب قبل البرنامج الإرشادي بمتوسط قلقهم بعد المشاركة في البرنامج

السؤال: هل يختلف مستوى قلق الطلاب بعد المشاركة في البرنامج عنه قبل المشاركة؟

H_1: μ1 ≠ μ 2

أو

H_1: μ1 – μ2 ≠ 0

شروط استخدام اختبار ت لعينتين مرتبطتين

- أن يكون المتغير المستقل متغيرا تصنيفيا ذا مستويين اثنين (ذكر – أنثى أو متعلم –غير متعلم)
- أن يتبع توزيع الفروق التوزيع الاعتدالي
- أن يكون المتغير التابع مقاسا على المستوى الكمي
- العينة مختارة عشوائيا

مثال تطبيقي

- أراد باحث أن يدرس الفرق بين متوسط قلق الطلاب قبل البرنامج الإرشادي ومتوسط قلقهم بعد المشاركة في البرنامج

✓اختار العينة بشكل عشوائي

✓وضع الفرض الصفري والفرض البديل

- $H_0: \mu 1 = \mu\ 2$ أو $H_0: \mu 1 - \mu 2 = 0$ أو $H_0: d = 0$
- $H_1: \mu 1 \neq \mu\ 2$ أو $H_1: \mu 1 - \mu 2 \neq 0$ أو $H_0: d \neq 0$

الفرض الصفري يساوي صفر ويسقط من المعادلة

✓الاختبار المناسب هو اختبار ت للعينات المرتبطة وقانونه:

$$t = \frac{\overline{X}_D - \mu_0}{s_D/\sqrt{n}}.$$

يشير إلى متوسط الفروق

✓ومستوى الدلالة الإحصائيةα يساوي5% (وتعني أعلى نسبة خطأ من النوع الأول يسمح الباحث بها)

✓جمع المعلومات واتخاذ القرار

نتيجة اختبار ت لعينتين مرتبطتين

يهمنا من الجدول التالي **قيمة اختبار ت والقيمة الاحتمالية المصاحبة**

قيمة ت تساوي هنا 9.914 والاحتمالية المصاحبة لها تساوي 0.000 وهي أقل من مستوى الدلالة (0.05)

القرار: رفض الفرض الصفري القائل بتساوي المتوسطات.

السبب أن القمية الاحتمالية أقل من 5%

Paired Samples Test

		Paired Differences			
l		95% Confidence Interval of the Difference			
		Lower	Upper	t	Sig. (2-tailed)
Pair 1	Stuents' attitudes before the program - Students' attitudes after the parogram	7.01299	10.57901	9.914	.000

تعليق عام على كيفية اتخاذ القرارات والأخطاء المصاحبة

إذا كانت القيمة الاحتمالية (p-value, or sig) أقل من مستوى الدلالة (0.05)

القرار: رفض الفرض الصفري أيا كان و السبب أن القيمة الاحتمالية أقل من 5%

إذا كانت القيمة الاحتمالية (p-value, or sig) أكبر من مستوى الدلالة (0.05)

القرار: قبول الفرض الصفري أيا كان و السبب أن القيمة الاحتمالية أكبر من 5%

تفسير القيم:

الحالة	الدلالة والتفسير	الخطأ المحتمل
إذا كانت القيمة الاحتمالية أقل من .05	فبإمكاننا القول أن هناك فرق ذو دلالة إحصائية بين المتوسطين	الخطأ من النوع الأول α
إذا كانت القيمة الاحتمالية أكبر من .05	فبإمكاننا القول أنه لا توجد فرق ذو دلالة إحصائية بين المتوسطين	الخطأ من النوع الثاني β

تطبيق على اخطاء القرار (الخطأ من النوع الأول α)

يهمنا من الجدول التالي **القيمة الاحتمالية المصاحبة**

القيمة الاحتمالية المصاحبة تساوي 0.000 وهي أقل من مستوى الدلالة (0.05)

القرار: رفض الفرض الصفري القائل بتساوي المتوسطات.

السبب أن القيمة الاحتمالية أقل من 5%

وعليه إما أننا:

1. رفضنا والواجب الرفض"☑"

وبالتالي قرار صائب

2. أو رفضنا والواجب القبول "☒"

خطأ من النوع الأول α

Paired Samples Test

	l	Paired Differences		t	Sig. (2-tailed)
		95% Confidence Interval of the Difference			
		Lower	Upper		
Pair 1	Stuents' attitudes before the program - Students' attitudes after the parogram	7.01299	10.57901	9.914	.000

تطبيق على اخطاء القرار (الخطأ من النوع الثاني β)

يهمنا من الجدول التالي **القيمة الاحتمالية المصاحبة**

القيمة الاحتمالية المصاحبة تساوي 0.497 وهي أكبر من مستوى الدلالة (0.05)

القرار: قبول الفرض الصفري القائل بعدم وجود فرق بين المتوسطات.

السبب أن القيمة الاحتمالية أكبر من 5%

وعليه إما أننا:

1. قبلنا الفرض الصفري والواجب القبول "☑"
وبالتالي قرار صائب
2. أو قبلنا والواجب الرفض"☒"
خطأ من النوع الثاني β

Independent Samples Test				
		t-test for Equality of Means		
		t	df	Sig. (2-tailed)
Age of Respondent	Equal variances assumed	-.682-	98	.497