الجواب الثاني :

السؤال الأول :

المعالجات

المعالجة	A	B	C
المجموع $(Y_{i.})$	80	113	61
المتوسط $(\bar{Y}_{i.})$	16	22.6	12.2
التباين (S_i^2)	12.5	7.3	30.7

$$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 \\ H_1: \text{توجد تباينات واحد على الأقل مختلف} \end{cases}$$

إيجاد مايلي :

$$\begin{cases} k = 3 \\ n_i = n = 5 \\ N = kn = 15 \end{cases}$$

$$V^* = \frac{\lambda}{c}$$

$$\lambda = (N-k)\ln(S_p^2) - \sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)\ln(S_i^2)$$

$$C = 1 + \frac{1}{3(k-1)}\left[\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{n_i - 1} - \frac{1}{N-k}\right]$$

$$S_p^2 = MSE = \frac{\sum_{i=1}^{k}(n_i-1)S_i^2}{\sum_{i=1}^{k}(n_i-1)} = \frac{\sum_{i=1}^{k}(n-1)S_i^2}{\sum_{i=1}^{k}(n-1)} = \frac{(n-1)\sum_{i=1}^{k}S_i^2}{N-k}$$

$$= \frac{4}{12}\left[12.5 + 7.3 + 30.7\right] = 16.8333$$

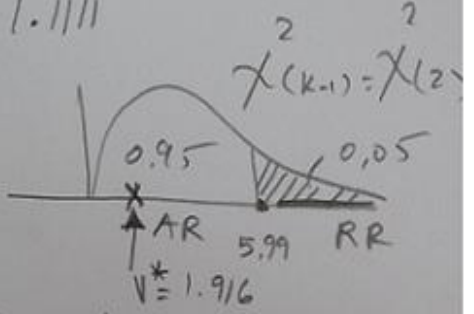
$$\lambda = (15-3)\ln(16.8333) - \left[4\left(\ln(12.5) + \ln(7.3) + \ln(30.7)\right)\right]$$

$$= 2.1288$$

$$C = 1 + \frac{1}{6}\left[3\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{12}\right] = 1.1111$$

$$V^* = \frac{2.1288}{1.1111}\ 1.916$$

$$\chi^2_{\alpha}(2) = \chi^2_{0.05}(2) = 5.99$$



نقرأ لأن $V^* \in AR$ ، فإننا لا نرفض H_0 عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ ونستنتج أنه لا يوجد فروق معنوية بين التباينات.

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

H_1: توجد متوسطات مختلفة

$\begin{cases} n = 5 \\ K = 3 \\ N = nK = 15 \end{cases}$

$\sum\sum Y_{ij}^2 = 13^2 + 15^2 + \dots + 7^2 = 4780.0$

$Y_{..} = \sum\sum Y_{ij} = 13 + 15 + \dots + 7 = 254$

$\bar{Y}_{..} = \frac{Y_{..}}{N} = \frac{254}{15} = 16.93$

$CF = \frac{Y_{..}^2}{N} = \frac{254^2}{15} = 4301.0667$

$\sum_{i=1}^{k} Y_{i.}^2 = 80^2 + 113^2 + 61^2 = 22890$

$\begin{cases} SS_{Total} = \sum\sum Y_{ij}^2 - CF = 4780.0 - 4301.0667 = 478.9333 \\ df_{Total} = N - 1 = 15 - 1 = 14 \end{cases}$

$\begin{cases} SS_{Trt} = \frac{\sum Y_{i.}^2}{n} - CF = \frac{22890}{5} - 4301.0667 = 276.9333 \\ df_{Trt} = k - 1 = 3 - 1 = 2 \\ MS_{Trt} = \frac{SS_{Trt}}{df_{Trt}} = \frac{276.9333}{2} = 138.46667 \end{cases}$

$\begin{cases} SS_E = SS_{Total} - SS_{Trt} = 478.9333 - 276.9333 = 202 \\ df_E = k(n-1) = N - k = 12 \\ MSE = \frac{SSE}{df_E} = \frac{202}{12} = 16.8333 \end{cases}$

$F^* = \frac{MS_{Trt}}{MSE} = \frac{138.46667}{16.8333} = 8.226$

جدول تحليل التباين :

مصدر الاختلاف	(SS) مجموع المربعات	(df) درجات الحرية	(MS) متوسط المربعات	النسبة (F)
المعالجات	276.9333	2	138.46667	$F^* = 8.226$
الخطأ	202	12	16.8333	
المجموع	478.9333	14		

القيمة الجدولية :

$$F_{\alpha}(\nu_1,\nu_2) = F_{0,05}(k-1, N-k) = F_{0,05}(2,12) = 3,89$$

نقرأ لذلك $F^* \in RR$ ، فإننا نرفض $H_0: \mu_1=\mu_2=\mu_3$ (على الأقل واحد منها مختلف)

ونستنتج أنه يوجد فروق معنوية بين متوسطات المعالجات عند مستوى الدلالة $\alpha = 0,05$.