قسم الإحصاء وبحوث العمليات
كلية العلوم – جامعة الملك سعود
الاختبار الفصلي الأول – الفصل الثاني - العام الدراسي 1437- 1438 هـ
534 إحص : تصميم التجارب
(لطلاب علوم الأغذية والزراعة)

جامعة الملك سعود
King Saud University

السؤال الأول (10 درجات):

(1) ماذا يُقصد بمبدأ العشوائية (التعشية) (Randomization).

(2) ما هي فوائد استخدام العشوائية (التعشية) في التصميم.

السؤال الثاني: (25 درجة)

في إحدى التجارب التي أجريت لمقارنة نسبة تركيز أحد العناصر المعدنية في فاكهة الليمون الأصفر وفاكهة الليمون الأخضر، قام الباحث باختيار 4 ليمونات صفراء بشكل عشوائي، و5 ليمونات خضراء بشكل عشوائي، ثم قام بقياس نسبة تركيز العنصر في هذه الفواكه، ولخص بيانات التجربة في الجدول الآتي:

النوع	المشاهدات					مجموع العينة	متوسط العينة	تباين العينة
الليمون الأصفر	6	4	4	5		19	4.75	0.917
الليمون الأخضر	4	2	2	3	3	14	2.8	0.7

أجب عن فقرة واحدة فقط مما يأتي:

(أكتب إجابتك بالتفصيل متضمنة: فرض العدم والفرض البديل، إحصاءة الاختبار وقيمتها، القيم الجدولية، منطقة رفض وقبول فرض العدم، والقرار):

(1) اختبر تساوي تبايني المجتمعين اللذين سُحبت منهما العينتان ($H_o : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$). (استخدم مستوى المعنوية $\alpha = 0.1$).

(2) بافتراض أن مجتمعي القياسات طبيعيان بتباينين متساويين، اختبر وجود فرق معنوي بين متوسط نسبة تركيز العنصر المعدني في فاكهة الليمون الأصفر (μ_1) ومتوسط نسبة تركيز العنصر في فاكهة الليمون الأخضر (μ_2). (استخدم مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$).

السؤال الثالث: (25 درجة)

في إحدى التجارب التي أجريت لمقارنة جهازين لقياس نسبة تركيز أحد العناصر الكيميائية في دم الأبقار، قام الباحث باختيار أربع بقرات بشكل عشوائي، وأخذ من كل بقرة عينة من الدم (40 مل)، ثم قام بتقسيم كل عينة دم إلى جزأين متساويين (كل منهما 20 مل)، ثم قام باستخدام الجهاز الأول للقياس على أحد الأجزاء (X) وقام باستخدام الجهاز الثاني للقياس على الجزء الآخر (Y). والجدول الآتي يوضح قيم المشاهدات المستخلصة من هذه التجربة:

الجهاز	البقرة 1	2	3	4
قياس الجهاز الأول (X)	6	9	4	5
قياس الجهاز الثاني (Y)	7	9	2	4

بافتراض أن مجتمعي القياسات طبيعيان، اختبر وجود فرق معنوي بين متوسط قياسات الجهاز الأول (μ_1) ومتوسط قياسات الجهاز الثاني (μ_2). (استخدم مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$).

(أكتب إجابتك بالتفصيل متضمنة: فرض العدم والفرض البديل، إحصاءة الاختبار وقيمتها، القيم الجدولية، منطقة رفض وقبول فرض العدم، والقرار) (ملاحظة: العينتان غير مستقلتين)

السؤال الرابع: (40 درجة)

في إحدى التجارب الزراعية لمقارنة كمية إنتاج ثلاثة أصناف من التفاح (A و B وC)، قام الباحث باختيار 4 شجرات تفاح بشكل عشوائي من كل صنف في بداية الموسم. ثم قام بالعناية بهذه الشجرات بنفس الطريقة طوال الموسم، وفي نهاية الموسم قام بجني المحصول (بالكيلوغرام). والجدول الآتي يمثل مشاهدات التجربة.

الصنف	المشاهدات (Y_{ij})				مجموع العينة	متوسط العينة
A	31	28	30	27	116	29
B	30	31	31	28	120	30
C	25	21	22	24	92	23

المجموع العام = 328
المتوسط العام = 27.33
مجموع مربعات المشاهدات = $\sum\sum Y_{ij}^2 = 9106$

بافتراض أن مجتمعات القياسات طبيعية بتباينات متساوية:

– أوجد جدول تحليل التباين.

– اختبر وجود فرق بين متوسطات إنتاج الأصناف الثلاثة (استخدم مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$). (أكتب إجابتك بالتفصيل متضمنة: فرض العدم والفرض البديل، إحصاءة الاختبار وقيمتها، القيم الجدولية، منطقة رفض وقبول فرض العدم، والقرار)

قائمة قوانين رقم 1

قوانين الجزء الأول والثاني

$S_{\bar{X}}^2 = \frac{S^2}{n}$	$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}$	$\hat{p} = \frac{x}{n}$
$S_{\bar{X}} = \sqrt{S_{\bar{X}}^2} = \frac{S}{\sqrt{n}}$	$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n(\bar{x})^2}{n-1} = S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}{n}}{n-1}$	$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

قوانين الجزء الثالث

$S_D = \sqrt{S_D^2}$	$S_{\bar{X}_1-\bar{X}_2} = S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$	$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$
$S_{\bar{D}} = \frac{S_D}{\sqrt{n}}$	$t^* = \frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)}{S_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}}$	$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n-1}$
$t^* = \frac{\bar{D}}{S_{\bar{D}}} = \frac{\bar{D}}{S_D/\sqrt{n}}$	$(\bar{X}_1-\bar{X}_2) \pm t_{\frac{\alpha}{2}} S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$	$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n(\bar{X})^2}{n-1}$
$\bar{D} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S_D}{\sqrt{n}} = \bar{D} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} S_{\bar{D}}$	$(\bar{X}_1-\bar{X}_2) \pm t_{\frac{\alpha}{2}} S_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}$	$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{n} X_i)^2}{n}}{n-1}$
$F^* = \frac{S_1^2}{S_2^2}$	$\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^{n} D_i}{n}$	$S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$
$F_{1-A}(\nu_1,\nu_2) = \frac{1}{F_A(\nu_2,\nu_1)}$	$S_D^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(D_i-\bar{D})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} D_i^2 - n(\bar{D})^2}{n-1}$	$t^* = \frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$

قوانين الجزء الرابع

$MSTrt = \frac{SS_{Trt}}{k-1}$	$N = kn$
$MSE = \frac{SS_E}{N-k} = \frac{SS_E}{k(n-1)}$	$Y_{i\bullet} = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}$
$F^* = \frac{MSTrt}{MSE}$	$\bar{Y}_{i\bullet} = \frac{Y_{i\bullet}}{n} = \frac{\sum_{j=1}^{n} Y_{ij}}{n}$
$S_{\bar{Y}_{i\bullet}} = \sqrt{\frac{MSE}{n}}$	$Y_{\bullet\bullet} = \sum_{i=1}^{k} Y_{i\bullet} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} Y_{ij}$
$S_{\bar{Y}_{i\bullet}-\bar{Y}_{k\bullet}} = \sqrt{\frac{2MSE}{n}}$	$\bar{Y}_{\bullet\bullet} = \frac{Y_{\bullet\bullet}}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} Y_{ij}}{kn}$
$N = \sum_{i=1}^{k} n_i$	$SS_{Total} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(Y_{ij}-\bar{Y}_{\bullet\bullet})^2$
$Y_{\bullet\bullet} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}$	$SS_{Trt} = n\sum_{i=1}^{k}(\bar{Y}_{i\bullet}-\bar{Y}_{\bullet\bullet})^2$
$Y_{i\bullet} = \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}$	$SS_E = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(Y_{ij}-\bar{Y}_{i\bullet})^2$
$SS_{Total} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}(Y_{ij}-\bar{Y}_{\bullet\bullet})^2 = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2 - CF$	$CF = \frac{Y_{\bullet\bullet}^2}{N}$
$SS_{Trt} = \sum_{i=1}^{k} n_i(\bar{Y}_{i\bullet}-\bar{Y}_{\bullet\bullet})^2 = \sum_{i=1}^{k}\frac{Y_{i\bullet}^2}{n_i} - CF$	$SS_{Total} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} Y_{ij}^2 - CF$
$SS_E = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}(Y_{ij}-\bar{Y}_{i\bullet})^2 = SS_{Total} - SS_{Trt}$	$SS_{Trt} = \frac{\sum_{i=1}^{k} Y_{i\bullet}^2}{n} - CF$
ملاحظة: على الطالب معرفة القوانين الأخرى التي لم تُدرج هنا.	$SS_E = SS_{Total} - SS_{Trt} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} Y_{ij}^2 - \frac{\sum_{i=1}^{k} Y_{i\bullet}^2}{n}$

السؤال الأول :

(1) مبدأ العشوائية (التعشية) هو عملية توزيع الوحدات التجريبية على المعاملات بشكل عشوائي .

(2) الفوائد :

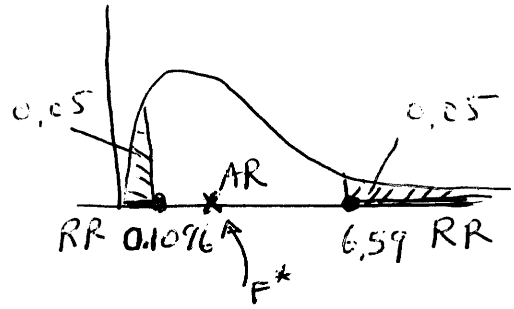
- ضمان استقلالية البيانات
- إزالة التحيز
- إزالة تأثير بعض العوامل غير المرغوب فيها .

السؤال الثاني : (١)

(1) $\alpha = 0.1$

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$



$$F^* = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{0.917}{0.7} = 1.31$$

$$F_{\alpha/2}(n_1-1, n_2-1) = F_{0.05}(3,4) = 6.59$$

$$F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1) = F_{0.95}(3,4) = \frac{1}{F_{0.05}(4,3)} = \frac{1}{9.12} = 0.1096$$

بما أن $F^* \in AR$ ، فإننا لا نرفض $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ، ونستنتج أنه لا يوجد فروق معنوية بين التباينات عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.1$.

(٢)

$\alpha = 0.05$

$H_0: \mu_1 = \mu_2 \iff H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \quad\quad H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

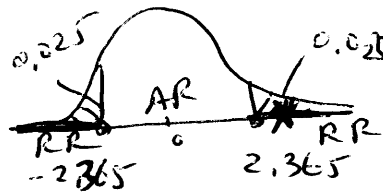
$$s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2} = \frac{(3)(0.917)+(4)(0.7)}{4+5-2} = \frac{5.551}{7} = 0.793$$

$$s_p = \sqrt{s_p^2} = \sqrt{0.793} = 0.8905$$

$$t^* = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{S_{\bar{y}_1-\bar{y}_2}} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} = \frac{4.75-2.8}{0.8905\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{5}}} = \frac{1.95}{0.5974} = 3.2643$$

$$t_{\alpha/2}(n_1+n_2-2) = t_{0.025}(7) = 2.365$$

$$t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2) = -t_{\alpha/2}(n_1+n_2-2) = -t_{0.025}(7) = -2.365$$



بما أن $t^* \in RR$ ، فإننا نرفض $H_0: \mu_1 = \mu_2$ ، ونستنتج أنه يوجد فرق معنوي بين المتوسطين عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$.

السؤال الثالث :

$\alpha = 0.05$

X	6	9	4	5	
Y	7	9	2	4	
$X - Y = D$	-1	0	2	1	$\sum D_i = 2$

$\sum D_i^2 = 6$

$\sum D_i = 2 \qquad \bar{D} = \frac{\sum D_i}{4} = 0.5$

$$S_D^2 = \frac{\sum (D_i - \bar{D})^2}{n-1} = \frac{1}{3}[$$

$$= \frac{\sum D_i^2 - n(\bar{D})^2}{n-1} = \frac{6 - (4)(0.5)^2}{3} = \frac{5}{3} = 1.6667$$

$$S_D = \sqrt{S_D^2} = \sqrt{1.6667} = 1.291$$

$$S_{\bar{D}} = \frac{S_D}{\sqrt{n}} = \frac{1.291}{\sqrt{4}} = 0.6455$$

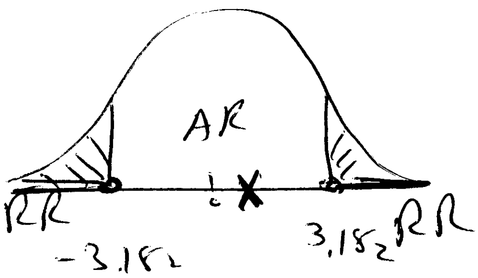
$H_0: \mu_1 = \mu_2 \iff \mu_1 - \mu_2 = 0 \iff \mu_D = 0$

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \iff \mu_1 - \mu_2 \neq 0 \iff \mu_D \neq 0$

$\mu_D = \mu_1 - \mu_2$

$$t^* = \frac{\bar{D}}{S_{\bar{D}}} = \frac{0.5}{0.6455} = 0.7746$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) = t_{0.025}(3) = 3.182$$



بما أن $t^* \in AR$ ، فإننا لا نرفض $H_0: \mu_1 = \mu_2$ ، ونستنتج أنه لا يوجد فرق معنوي بين المعاملتين.

$\alpha = 0.05$

السؤال الرابع :

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

H_0: يوجد متوسط واحد على الأقل مختلف

$N = 12$

$CF = \frac{Y_{..}^2}{N} = \frac{328^2}{12} = 8965.3333$

$$SS_{Total} = \sum\sum Y_{ij}^2 - CF = 9106 - 8965.3333 = 140.6667$$

$$df_{Total} = N - 1 = 12 - 1 = 11$$

$$SS_{Trt} = \frac{\sum Y_{i.}^2}{n} - CF = \frac{1}{4}\left[116^2 + 120^2 + 92^2\right] - 8965.3333$$

$$= 9080 - 8965.3333 = 114.6667$$

$$df_{Trt} = a - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$SS_E = SS_{Total} - SS_{Trt} = 140.6667 - 114.6667$$

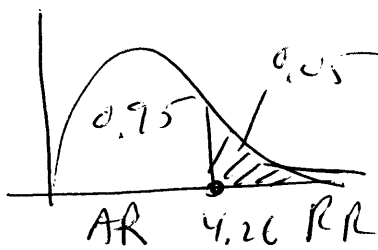
$$= 26$$

$$df_E = df_{Total} - df_{Trt} = \cancel{N}(a-1) = N - a = 12 - 3 = 9$$

مصدر الاختلاف	SS	df	MS	F*
المعالجات	114.6667	2	57.3334	$F = \frac{57.3334}{2.8889} = 19.846$
الخطأ	26.00	9	2.8889	
المجموع	140.6667	11		

$$F^* = \frac{MS_{Trt}}{MSE} = \frac{57.3334}{2.8889} = 19.846$$

$$F_\alpha(a-1, N-a) = F_{0.05}(2, 9) = 4.26$$



نقرأ أنه $F^* \in RR$ ، فإننا نرفض فرض العدم $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

ونستنتج أنه يوجد فرق معنوي بين المتوسطات .