جامعة الملك سعود King Saud University	كلية العلوم – قسم الرياضيات	الاختبار الشهري الأول للمقرر 111 ريض للفصل الثاني 1436-1437 هـ
الإسم: .... الرقم الجامعي:................................ أستاذ المقرر:................................		الزمن: ساعة ونصف. الدرجة:

ملاحظات : 1. عدد الورقات 3 و ورقة مسودة 2. ممنوع استخدام الآلة الحاسبة.

السؤال الأول (9 درجات):

(1) استخدم مجموع ريمان لحساب التكامل المحدد $\int_0^2 (4x-3)\,dx$. (3 درجات)

(1) $$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{b-a}{n}\right) \sum_{k=0}^{n} f\left(a+k\left(\frac{b-a}{n}\right)\right)$$

$$a=0 \; ; \; b=2 \; ; \; f(x) = 4x-3$$

$$\frac{b-a}{n} = \frac{2}{n} \; ; \; f\left(\frac{2k}{n}\right) = \frac{8k}{n} - 3$$

$$\int_0^2 (4x-3)\,dx = \lim_{n\to\infty} \frac{2}{n} \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{8k}{n} - 3\right)$$

(1) $$= \lim_{n\to\infty} \frac{16}{n^2}\left(\sum_{k=0}^{n} k\right) - \frac{6}{n}\left(\sum_{k=0}^{n} 1\right)$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{16}{n^2}\left[\frac{n(n+1)}{2}\right] - \frac{6}{n}(n+1)$$

(1) $$= 8 - 6 = 2$$

(2) أوجد قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^2$ على الفترة $[-2,0]$. (3 درجات)

(1) $$\int_a^b f(x)\,dx = (b-a) f(c)$$

(1) $$\int_{-2}^{0} x^2\,dx = 2c^2$$

(1) $$\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{0} = \frac{8}{3} = 2c^2 \Rightarrow c^2 = \frac{4}{3}$$

$$c = \pm\frac{2}{\sqrt{3}}$$

بما أن $c \in (-2,0)$ إذن $c = -\frac{2}{\sqrt{3}}$

(3) جد $F'(2)$ إذا كانت $F(x) = \int_{2x-3}^{x^2} \ln(t^2)\,dt$. (3 درجات)

$$F'(x) = \frac{d}{dx}\left(\int_{2x-3}^{x^2} \ln(t^2)\,dt\right)$$

(2) $$F'(x) = 2x\ln(x^4) - 2\ln\left((2x-3)^2\right)$$

(1) $$F'(2) = 4\ln(16) - 2\ln 1 = 4\ln 16.$$

السؤال الثاني (4 درجات): احسب $\frac{dy}{dx}$ فيما يلي :

(1) $y = \sqrt{x}\ln x$ (درجتان)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}\ln x + \sqrt{x}\cdot\frac{1}{x}$$

1 1

(2) $y = (\tan x)^{\tan^{-1} x}$ (درجتان)

$$\ln|y| = \ln\left|(\tan x)^{\tan^{-1}x}\right|$$

1 $$\ln|y| = (\tan^{-1}x)\ln|\tan x|$$

$$\frac{dy/dx}{y} = \left(\frac{1}{1+x^2}\right)\ln|\tan x| + (\tan^{-1}x)\frac{\sec^2 x}{\tan x}$$

1 $$\frac{dy}{dx} = \left[\frac{\ln|\tan x|}{1+x^2} + (\tan^{-1}x)\frac{\sec^2 x}{\tan x}\right](\tan x)^{\tan^{-1}x}$$

السؤال الثالث (12 درجة): احسب التكاملات التالية :

(1) $\int \sqrt{x}\,(x+1)^2\,dx$ (درجتان)

$$\int \sqrt{x}\,(x+1)^2\,dx = \int \sqrt{x}\,(x^2+2x+1)\,dx$$

1 $$= \int \left[x^{5/2} + 2x^{3/2} + x^{1/2}\right]dx$$

1 $$= \frac{2}{7}x^{7/2} + \frac{4}{5}x^{5/2} + \frac{2}{3}x^{3/2} + c$$

(2) $\int \frac{x^2+x+1}{x}\,dx$ (درجتان)

1 $$\int \frac{x^2+x+1}{x}\,dx = \int\left[x + 1 + \frac{1}{x}\right]dx$$

1 $$= \frac{x^2}{2} + x + \ln|x| + c$$

(3) $\int x\left(x^2+5\right)^7 dx$ (درجتان)

نضع

$u = x^2+5$

$du = 2x\,dx \Rightarrow x\,dx = \frac{du}{2}$ 1

$\int x(x^2+5)^7 dx = \frac{1}{2}\int u^7 du = \frac{1}{2}\times\frac{u^8}{8}+c$

$= \frac{1}{16}(x^2+5)^8 + c$ 1

(4) $\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}dx$ (درجتان)

$u = \tan x$

$du = \sec^2 x\,dx = \frac{1}{\cos^2 x}dx$ 1

$\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}dx = \int e^u du = e^u + c$ 1

$= e^{\tan x} + c$

(5) $\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$ (درجتان)

$u = \ln x$

$du = \frac{dx}{x}$ 1

$\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}} = \int \frac{du}{\sqrt{u}} = \int u^{-1/2} du$

$= 2\sqrt{u} + c$ 1

$= 2\sqrt{\ln x} + c$

(6) $\int\left(5^x+\frac{1}{2^x}\right)dx$ (درجتان)

$\int\left(5^x+\frac{1}{2^x}\right)dx = \int 5^x dx + \int \left(\frac{1}{2}\right)^x dx$

1 + 1

$= \frac{1}{\ln 5}5^x + \frac{1}{\ln(\frac{1}{2})}\left(\frac{1}{2}\right)^x + c$

$= \frac{1}{\ln 5}5^x - \frac{1}{\ln 2}\frac{1}{2^x} + c$