جامعة الملك سعود King Saud University	كلية العلوم – قسم الرياضيات الاختبار الشهري الأول للمقرر ريض 111 للفصل الاول	1440-1439 هـ الزمن: ساعة ونصف.

ملاحظه : ممنوع استخدام الالة الحاسبة.

السؤال الأول (8 درجات):

(1) استخدم مجموع ريمان لحساب التكامل المحدد $\int_0^2 (2x-1)\,dx$. (3 درجات)

(2) أوجد قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=x^2+1$ على الفترة $[-1,2]$

(3 درجات)

(3) جد $F'(x)$ إذا كانت $F(x)=\int_{\cos x}^{3x} \cos(t^2)dt$. (درجتان)

السؤال الثاني (5 درجات): احسب $\frac{dy}{dx}$ فيما يلي :

(1) $y=x^2(\ln x^2-1)\quad ,x>0$. (درجتان)

(2) $$y=\frac{\sin(3x)\cos(x^2)\tan(x)}{\sqrt[3]{x}}$$ (3 درجات)

السؤال الثالث (12 درجة): احسب التكاملات التالية :

(1) $\int \frac{x^2+1}{\sqrt{x}}\,dx$ (درجتان)

(2) $\int x^2\left(2-x^3\right)^5\,dx$

(درجتان)

(3) $\int \frac{\tan^{-1}x}{x^2+1}\,dx$ (درجتان)

(4) $\int \frac{x}{x+1}\,dx$ (درجتان)

(درجتان)

(5) $\int \frac{e^{5\ln x}}{x^3}\,dx$

(درجتان)

(6) $\int x\,3^{x^2-4}\,dx$

السؤال الاول ①

① مجموع ريمان :

$$\int_0^2 (2x-1)\,dx$$

$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x_i \qquad / \ \Delta x_i = \frac{2}{n}$$

$$x_i = a + i\frac{(b-a)}{n} \qquad x_i = \frac{2}{n} i \quad ①$$

$$f(x_i) = \frac{4}{n} i - 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{4}{n} i - 1\right)\frac{2}{n} = \frac{2}{n}\left[\frac{4}{n}\sum_{i=1}^{n} i - n\right] ①$$

$$= \frac{2}{n}\left[2(n+1) - n\right]$$

$$= \frac{2}{n}\left[n+2\right]$$

$$= 2 + \frac{4}{n}$$

$$\lim_{n\to\infty} 2 + \frac{4}{n} = 2 \quad ①$$

$$\therefore \int_0^2 (2x-1)\,dx = 2$$

السؤال الاول

(2)

(2) القيمة المتوسطة:

$$\int_a^b f(x)\,dx = (b-a)\,f(c)$$

حيث $c \in (a,b)$

$$\int_{-1}^{2} (x^2+1)\,dx = 3\,(c^2+1) \quad (1)$$

$$\left[\frac{x^3}{3} + x\right]_1^2 = 3\,(c^2+1)$$

$$\left[\frac{8}{3} + 2\right] - \left[\frac{-1}{3} - 1\right] = 3\,(c^2+1) \quad (1)$$

$$\frac{18}{3} = 3\,(c^2+1)$$

$$c^2 = 1 \;/\; c = \pm 1 \quad (1)$$

$$\therefore c = 1 \in (-1,2)$$

3

السؤال الثاني اوجد $\frac{dy}{dx}$

(11) $y = x^2(\ln x^2 - 1)$

(1) $\frac{dy}{dx} = x^2 \cdot \frac{2x}{x^2} + 2x(\ln x^2 - 1)$

(1) $\frac{dy}{dx} = 2x + 2x(\ln x^2 - 1)$

(2) $y = \frac{\sin 3x \cos(x^2) \tan x}{\sqrt[3]{x}}$

(1) $\ln y = \ln \sin(3x) + \ln \cos(x^2) + \ln \tan x - \frac{1}{3} \ln x$

(1) $\frac{y'}{y} = 3\frac{\cos 3x}{\sin 3x} - 2x\frac{\sin x^2}{\cos x^2} + \frac{\sec^2 x}{\tan x} - \frac{1}{3x}$

(1) $y' = \left(3\frac{\cos 3x}{\sin 3x} - 2x\frac{\sin x^2}{\cos x^2} + \frac{\sec^2 x}{\tan x} - \frac{1}{3x}\right) y$

(14) السؤال الثالث التكاملات

$$\int \frac{x^2+1}{\sqrt{x}}\,dx = \int \left(\frac{x^2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx = \int \left(x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}\right)dx \quad (1)$$

$$= \frac{2x^{\frac{5}{2}}}{5} + 2x^{\frac{1}{2}} + c \quad (1)$$

(2)

$$\int x^2(2-x^3)^5\,dx = -\frac{1}{3}\int -3x^2(2-x^3)^5\,dx \quad (1)$$

$$= -\frac{1}{3}\,\frac{(2-x^3)^6}{6} + c \quad (1)$$

$$= -\frac{(2-x^3)^6}{18} + c$$

(3)

$$\int \frac{\tan^{-1}x}{x^2+1}\,dx = \frac{(\tan^{-1}x)^2}{2} + c \quad (2)$$

(4)

$$\int \frac{x}{x+1}\,dx = \int \frac{x+1-1}{x+1}\,dx \quad (1) = \int \left(1 - \frac{1}{x+1}\right)dx$$

"يقبل جميع طرق الحل"

$$= x - \ln|x+1| + c \quad (1)$$

(5)

$$\int \frac{e^{5\ln x}}{x^3}\,dx = \int \frac{x^5}{x^3}\,dx \quad (1) = \int x^2\,dx = \frac{x^3}{3} + c \quad (1)$$

(6)

$$\int x\,3^{x^2-4}\,dx = \frac{1}{2\ln 3}\int (\ln 3)\,2x\,3^{x^2-4}\,dx \quad (1) = \frac{1}{2\ln 3}\,3^{x^2-4} + c \quad (1)$$