الاختبار النّهائي - المدّة: ثلاثة ساعات

1 - **الهندسة الاقليديّة:** نعتبر في المستو الاقليدي $\mathbb{E}^2$ ، النّقط $A(2,-1)$ ، $B(5,3)$ ، $C(-2,2)$ ، $D(1,0)$ ، $E(3,0)$.

١- اعط صيغة الانعكاس بالنّسبة للمستقيم AC.

٢- جد تركيب الانعكاسات $\Omega_{AB}\circ\Omega_{AC}\circ\Omega_{AD}\circ\Omega_{AE}$ بالنّسبة لمستقيماتها.

٣- عيّن طبيعة وجد عناصر التّقايس الاقليدي المعرّف بالصّيغة

$$\mathcal{T}_1:\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}4&3\\3&-4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}.$$

2 - **الهندسة الكرويّة:** نعتبر في الكرة $\mathbb{S}^2$، النّقط $\xi_1\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$ ، $\xi_2\left(\frac{1}{3},-\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$ ، $\xi_3\left(\frac{2}{3},-\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\right)$ ، والتّحويل الكروي:

$$\mathcal{T}_2:\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}2&-1&-2\\2&2&1\\1&-2&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$$

١- احسب مساحة المثلّث الكروي $\xi_1\xi_2\xi_3$ وتأكّد من تحقّق قاعدة الجيوب فيه.

٢- اعط صيغة الانعكاس الكروي $\Omega_{\xi_1\xi_2}$ بالنّسبة للمستقيم الكروي $\xi_1\xi_2$.

٣- عيّن طبيعة وحدّد عناصر تركيب الانعكاسات الكرويّة $\Omega_{\xi_1\xi_2}\circ\Omega_{\xi_2\xi_3}\circ\Omega_{\xi_3\xi_1}$.

٤- بيّن أنّ التّحويل $\mathcal{T}_2$ تقايس كروي، عيّن طبيعته، وحدّد عناصره.

3 - **الهندسة الزّائديّة:** نعتبر في السّطح الزّائدي $\mathbb{H}^2$، النّقط $u_1(0,0,1)$ ، $u_2(2,2,3)$ ، $u_3(4,8,9)$ ، $u_1'\left(1,\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ ، $u_2'\left(7,\frac{5}{2},\frac{15}{2}\right)$ ، $u_3'\left(21,\frac{9}{2},\frac{43}{2}\right)$ ، والمستقيم الزّائدي $\ell: x+y-z=0$ ، والتّحويل الزّائدي:

$$\mathcal{T}_3:\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}0&-13&12\\5&0&0\\0&-12&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$$

١- جد متّجهين v_1 ، v_2 يجعلان الثّلاثي (v_1,v_2,u_2) أساسا قائما معيّرا زائديّا.

٢- بيّن أنّ المثلّثين الزّائديّين $u_1u_2u_3$ و $u_1'u_2'u_3'$ متطابقان وجد التّقايس الزّائدي بينهما.

٣- اعط صيغة الانعكاس الزّائدي Ω_ℓ بالنّسبة للمستقيم ℓ.

٤- بيّن أنّ التّحويل $\mathcal{T}_3$ تقايس زائديّ، عيّن طبيعته، وحدّد عناصره.

Scanned by CamScanner

حلول الاختبار النهائي:

① الهندسة الاقليدية:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7/25 & -24/25 \\ -24/25 & -7/25 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12/25 \\ 16/25 \end{pmatrix} \quad ①$$

$$S_{AB} \circ S_{AC} \circ S_{AD} \circ S_{AE} = R_{A,\pi} \circ R_{A,\pi} = Id \quad ②$$

③ انعكاس بالنسبة للمستقيم $x-3y=-5$ مع انسحاب $\vec{u}=\langle 3,1\rangle$

② الهندسة الكروية:

① لدينا $\hat{\xi}_1 = \hat{\xi}_2 = \hat{\xi}_3 = \pi/3$ و عليه $S = \frac{3\pi}{2} - \pi = \pi/2$

و بالمثل للبقية $\frac{\sin \hat{\xi}_1}{\sin \overline{\xi_2\xi_3}} = \frac{1}{1} = 1$

③ $S_{\xi_3\xi_2} \circ S_{\xi_2\xi_3} \circ S_{\xi_3\xi_1} = -Id$ دوران بزاوية π مع انعكاس.

② $S_{\xi_1\xi_2}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 4 & 7 & -4 \\ 8 & -4 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

④ $r_3 r_3 = Id$ دوران مركزه $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ وزاويته $\pi/3$

③ الهندسة الزائدية

① $V_1\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$ و $V_2\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}, 2\sqrt{2}\right)$

② $u_1' \cdot_h u_2' = v_1 \cdot_h v_2 = -3$ ، $u_2' \cdot_h u_3' = v_2 \cdot_h v_3 = -3$

$u_3' \cdot_h u_1' = v_3 \cdot_h v_1 = -9$

و التقابلي $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1/2 & 1/2 \\ 1 & 1/2 & 3/2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Scanned by CamScanner