

أجب عن الأسئلة الآتية

س(1): (أ) بيّن فيما إذا كان $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge r) \equiv p \wedge (q \rightarrow r)$. (3 درجات)

(ب) أثبت أن $3 \mid (4^n + 2)$ لكل عدد صحيح $n \geq 0$. (4 درجات)

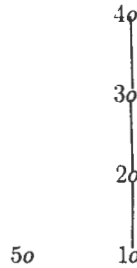
س(2): (أ) لتكن R علاقة معرفة على مجموعة الأعداد الصحيحة \mathbb{Z} كما يلي: $mRn \Leftrightarrow m = 2n$

بيّن فيما إذا كانت العلاقة R انعكاسية، تناظرية، تخلفية، متعدية . (4 درجات)

(ب) لتكن $S = \{(b, a), (b, c), (c, a)\}$ علاقة على المجموعة $A = \{a, b, c\}$

جد كلاً من الإغلاق الانعكاسي والإغلاق التناظري والإغلاق المتعدّي للعلاقة S . (4 درجات)

(ج) إذا كانت العلاقة T ممثلة بشكل هاس التالي، فاكتب T كمجموعة أزواج مرتبة. (درجتان)



س(3): لتكن f دالة بولية ممثلة بشكل كارنو التالي:

	zw	zw'	$z'w'$	$z'w$
xy		1	1	
xy'	1			1
$x'y'$		1	1	
$x'y$	1	1	1	1

(أ) اكتب f على شكل MSP . (درجتان)

(ب) اكتب f على شكل MPS . (درجتان)

(ج) صمم شبكة عطف وفصل أصغرية مخرجها $f(x, y, z, w)$. (درجة)

(د) صمم شبكة مخرجها $f(x, y, z, w)$ باستخدام بوابات نفي الفصل فقط . (درجة)

(هـ) صمم شبكة مخرجها $f(x, y, z, w)$ باستخدام بوابات نفي العطف فقط . (درجة)

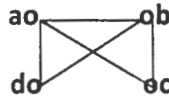
س(4) : (أ) ليكن G رسماً درجات رؤوسه $n, n, n, n, 2n, 2n, 3n$ ، فجد n إذا كان عدد أضلاع G يساوي 11 .
(درجتان)

(ب) جد عدد أضلاع الرسم المتمم للرسم $K_{4,7}$. (درجتان)

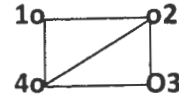
(ج) إذا كانت المصفوفة التالية هي مصفوفة التجاور للرسم H ، فبيّن فيما إذا كان H ذاتي التتميم. (درجتان)

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

س (5): (أ) بيّن فيما إذا كان الرسمان التاليان متماثلين. (درجتان)

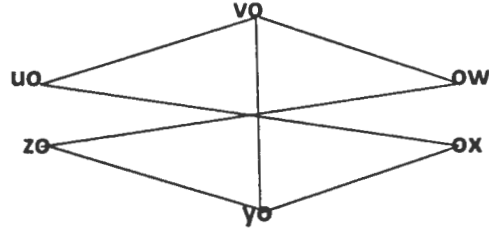


G



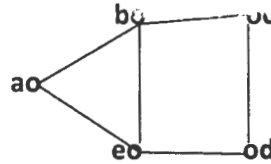
H

(ب) بيّن فيما إذا كان الرسم التالي ثنائي التجزئة، وإذا كان ثنائي التجزئة فجد تمثيلاً ثنائي التجزئة له.



(درجتان)

(ج) للرسم التالي جد ما يلي: 1- شجرة تقص عرضي جذرها a (درجة) 2- شجرة تقص طولي (عمقي) جذرها a (درجة)



س (6): بيّن صحة أو خطأ كل واحدة من العبارات التالية مع التعليل. (درجة لكل عبارة)

(أ) كل رسم غير بسيط يحتوي على دورة.

(ب) كل رسم تام ثنائي التجزئة.

(ج) كل رسم منتظم من النوع 1 شجرة.

(د) الرسم المتمم لكل شجرة هو شجرة.

*السؤال الأول (7 درجات)

① (1) $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge r) \equiv \neg(p \rightarrow q) \vee (p \wedge r)$

① $\equiv \neg(\neg p \vee q) \vee (p \wedge r)$

① $\equiv (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge r)$

① $\equiv p \wedge (\neg q \vee r)$

① $\equiv p \wedge (q \rightarrow r)$

(ب) نضع $P(n): 3 \mid (4^n + 2)$

خطوة الأساس: $n=0$, $4^0 + 2 = 3 \mid 3$ صح وبالتالي $P(0)$ حان.

خطوة الاستقراء: ليكن $k > 0$, نفترض $P(k)$ حان (يعني لدينا $3 \mid 4^k + 2$)

① \Rightarrow يوجد عدد صحيح c بحيث $4^k + 2 = 3c$ فلذا ثبت $P(k+1)$.

$4^{k+1} + 2 = 4 \cdot 4^k + 2$

$= 4(3c - 2) + 2$

$= 12c - 8 + 2$

$= 12c - 6 = 3(4c - 2) = 3m$

②

حيث $m = 4c - 2 \in \mathbb{Z}$

وبالتالي $3 \mid (4^{k+1} + 2)$ يعني $P(k+1)$ حان

استخدام المبدأ الأول للاستقراء الرياضي، نتج أن لكل $n \geq 0$; $3 \mid (4^n + 2)$.

② (أ) R ليست انعكاسية على \mathbb{Z} لأنها لا تحتوي على العلاقة التكرارية مثلا

① R ليست تناظرية لأن $2R1$ لكن $1 \not R 2$.

R خالصة على \mathbb{Z} لأن عندما نفترض أن mRn و nRm لدينا

① $m = 2n$ و $n = 2m$ وبالتالي $m = 4m$ يعني $3m = 0$ لذا $m = 0$ بالضرورة. $n = 0$ لذا $n = 0$.

① R ليست متعدية على \mathbb{Z} لأن $4R2$ و $2R1$ لكن $4 \not R 1$.

(ب) العلاقة الانعكاسية لـ S هو $S(S) = S \cup I_A = \{(b,a); (b,c); (c,a); (a,a); (b,b); (c,c)\}$

①

1. الافلاقي الشاظرى لى هو $\sigma(S) = S \cup S^{-1} = \{(b,a); (b,c); (c,a); (a,b); (c,b); (a,c)\}$

①

2. الافلاقي المتعدى لى هو $\tau(S) = S \cup S^2 \cup S^3$

$S = \{(b,a); (b,c); (c,a)\}$

$S^2 = S \circ S = \{(b,a)\}$

$S^3 = S^2 \circ S = \emptyset$

②

و بالتالى $\tau(S) = S$ لان S هي متعدية كل A .

②

$T = \{(1,1); (2,2); (3,3); (4,4); (5,5); (1,2); (1,3); (1,4); (2,3); (2,4); (3,4)\}$ (ج)

* السؤال الثالث: (7 درجات)

	zw	zw'	$z'w'$	zw
xy	0	1	1	0
xy'	1	0	0	1
$x'y'$	0	1	1	0
$x'y$	1	1	1	1

②

$MSP(f) = x'y + x'w' + yw + xy'w$ (ا)

$MPS(f) = (MSP(f'))'$ (ب)

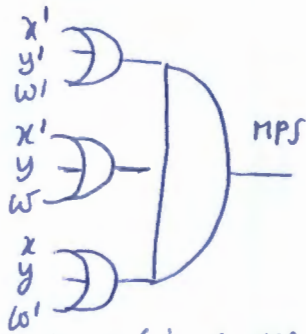
$MSP(f') = xyw + xy'w' + x'y'w$

②

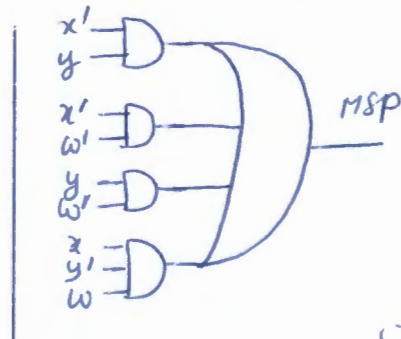
$MPS(f) = (x'+y'+w') \cdot (x'+y+w) \cdot (x+y+w')$

(ج)

①



4 بوابت و بائنه مع شبكة كطف و فصل العنصر
مخرجا f

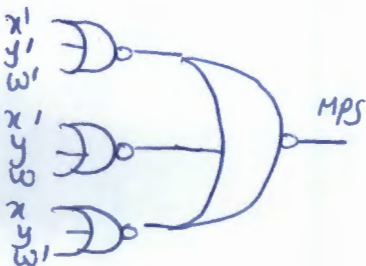


5 بوابت

$MPS(f) = [(x'+y'+w') \cdot (x'+y+w) \cdot (x+y+w)']'$ (د)
 $MPS(f) = [(x'+y'+w')' + (x'+y+w)' + (x+y+w)']'$

شبكة ذى العنصر فقط

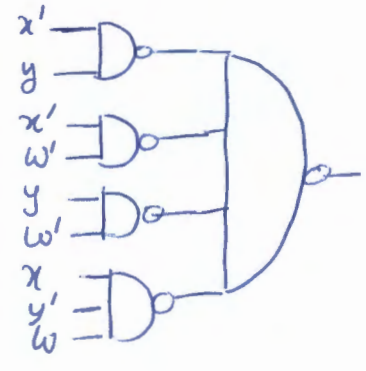
①



$$Map(f) = [(x'y + x'w' + yw' + xy'w)']' \quad (5)$$

$$= [(x'y)' \cdot (x'w')' \cdot (yw')' \cdot (xy'w)']'$$

1



شبكة نفي العطف فقط.

* السؤال الرابع: (6 درجات)

(أ) $G = (V, E)$ نعلم أن $\sum_{x \in V} \deg x = 2|E|$

2

$$n + n + n + n + 2n + 2n + 3n = 2 \times 11$$

$$11n = 22$$

$$n = 2 \text{ وبالتالي}$$

(ب) نعلم أن $K_{4,7} \cup \overline{K_{4,7}} = K_{11}$

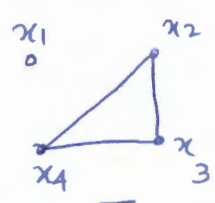
وبالتالي $|E(K_{4,7})| + |E(\overline{K_{4,7}})| = |E(K_{11})|$

$$4 \times 7 + |E(\overline{K_{4,7}})| = \frac{11 \times 10}{2} = 55$$

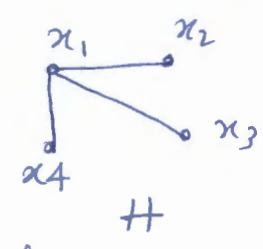
2

عدد أضلاع الرسم المتكامل $K_{4,7}$ هو 27

$$|E(\overline{K_{4,7}})| = 55 - 28 = 27$$



فإن متعم H هو الآتي



(ج)

2

$H \neq \overline{H}$ لأن \overline{H} له رأس متغير \overline{H}

نرى أن

H ليس ذاتي التتبع.

* السؤال الخامس: (6 درجات)

(أ) $G \cong H$ لأنه يوجد تطابق تماثلي f

2

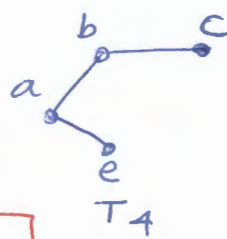
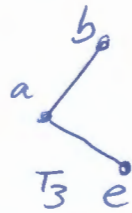
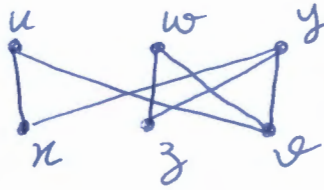
$x \in V(G)$	a	b	c	d
$f(x) \in V(H)$	4	2	3	1

(ب) نعم الرسم هو ثنائي الشجرة لأنه لا يحتوي على دورات فردية.

1

الرسم متماثلا للرسم الآتي :

①

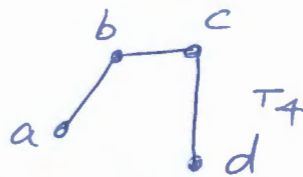
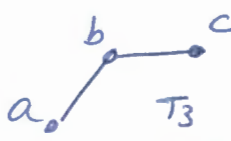
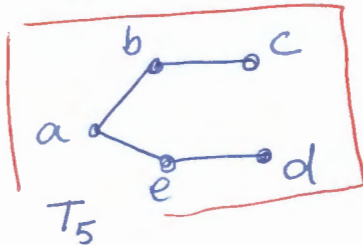


(ج)

(أ)

①

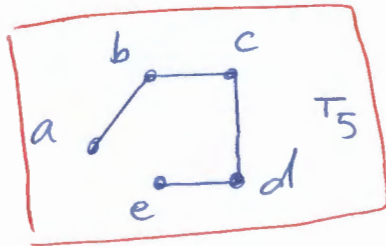
شجرة تفصيص عرضي معزولة .



(د)

①

شجرة تفصيص طول معزولة .



* السؤال السادس: (4 درجات)

(أ) نعم ، لأن إنا نأخذ غير بسيط فلا بد تكرار أطراف أو يوجد حركات وبالتالي توجد دورة في الأول . وهي العروة (ليس جسرا) .

①



(ب) لا ، حذ

رسم تمام وليس ثنائي التجزئة .

①



(ج) لا ، حذ

رسم منتظم من النوع 1 وليس شجرة (غير مترابط)

①



(د) لا ، حذ

ليست شجرة . (غير مترابط)



①