جامعة الملك سعود – كلية العلوم – قسم الرياضيات – الفصل الثاني ١٤٢٩/١٤٢٨

الاختبار النهائي لمقرر ٢٤٣ريض الزمن ١٨٠ دقيقة الاثنين ١٢-٦-١٤٢٩

ملاحظة هامة: اجب عن السؤالين الأول والثاني في الكراس رقم (١) وعن السؤالين الثالث والرابع في الكراس رقم (٢).

السؤال الأول:

(أ) إذا كان $(a,b)=1$ وكان $c=a+b$ فأثبت أن $(a,c)=(b,c)=1$.

(ب) إذا كان $a \mid c$ وكان $b \mid c$ فأثبت أن $[a,b] \mid c$.

(ج) إذا كان $3 \mid a$ و $4 \mid b$، فأثبت أن $12 \mid (8a-9b)$.

(د) أثبت أنه يمكن كتابة أي عدد صحيح $n>1$ بشكل وحيد (باستثناء الترتيب) على الصيغة $n=p_1^{\alpha_1}p_2^{\alpha_2}\cdots p_r^{\alpha_r}$ حيث $p_1,p_2,\cdots,p_r$ أعداد أولية مختلفة، $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r$ أعداد صحيحة موجبة.

السؤال الثاني:

(أ) اوجد الحل العام للمعادلة الديوفنتية $46x-28y=6$.

(ب) احسب $(78^{10}+72^{5}) \pmod 7$.

(ج) اثبت أن جميع أنظمة الرواسب المختزلة قياس n تحتوي على نفس العدد من العناصر.

السؤال الثالث:

(أ) بين أن نظام التطابقات الآتي منسجم ثم عين حله

$x \equiv -2 \pmod{21}$ و $x \equiv 5 \pmod{14}$ و $x \equiv 1 \pmod 6$.

(ب) إذا كان $n=p_1p_2\cdots p_k$ حيث $p_1,p_2,\cdots,p_k$ أعداد أولية مختلفة وكان $(p_i-1) \mid (n-1)$ لكل i فأثبت أن n عدد كارميكل.

(ج) أثبت أن العدد 217 شبه أولي للأساس 5.

السؤال الرابع:

(أ) أثبت أن $\varphi(2n)=\varphi(n)$ إذا وفقط إذا كان n عدداً فردياً.

(ب) أثبت أن الدالة $f(n)=n\mu(n)$ ضربية. ثم أستخدم ذلك لإثبات أن الدالة $T(n)=\sum_{d \mid n}\mu(d)\,d$ **ضربية.**

(ج) أوجد $T(p^k)$ حيث p عدد أولي. ثم احسب $T(3000)$ **حيث** $T(n)=\sum_{d \mid n}\mu(d)\,d$.

(د) عين جميع الثلاثيات الفيثاغورسية البدائية التي فيها $x=19$.