

The Natural Logarithmic Function

$$\ln x = \int_1^x \frac{1}{t} dt, \forall x > 0$$

Q1) Find $f'(x)$ if $f(x)$ equals:

- a) $\ln(9x + 4)$ b) $\ln(x^4 + 1)$ c) $\ln(5x^2 + 1)^3$
d) $\ln \sqrt{7 - 2x^3}$ e) $\ln(4x^3 - x^2 + 2)$ f) $\ln \sqrt[3]{4x^2 + 7x}$
g) $x \ln x$ h) $\ln \sqrt{x} + \sqrt{\ln x}$ i) $\ln \sqrt{\frac{4x^2+1}{4x^2-1}}$
j) $\ln(5x - 7)^4(2x + 3)^3$ k) $\ln \sqrt[3]{4x - 5}(3x + 8)^2$ l) $\ln(\ln x)$
m) $\ln \frac{\sqrt{x^2+1}}{(9x-4)^2}$

The Natural Exponential Function

$$e^x = y \leftrightarrow \ln y = x$$

Q1) Find $f'(x)$ if $f(x)$ equals:

- a) e^{-5x} b) e^{3x^2} c) e^{1-x^2}
d) $\sqrt{1 + e^{2x}}$ e) $\frac{1}{e^x+1}$ f) $e^{\sqrt{x+1}}$
g) xe^{-x} h) $x^2 e^{-2x}$ i) $\sqrt{e^{2x} + 2x}$
j) $\frac{e^x}{x^2+1}$ k) $e^{\sqrt{x}} + \sqrt{e^x}$ l) $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$
m) $e^x \ln x$ n) $\ln \frac{e^x+1}{e^x-1}$ o) $\sin e^{5x}$
p) $\ln \sqrt{e^{2x} + e^{-2x}}$

Differentiation and Integration (for ln and exp.)

$$\int \frac{1}{u} du = \ln|u| + c, \quad u \neq 0$$

$$\int e^u du = e^u + c$$

Q1) Evaluate:

a) $\int \frac{x}{x^2+1} dx$

b) $\int \frac{1}{8x+3} dx$

c) $\int \frac{1}{7-5x} dx$

d) $\int \frac{x^3}{x^4-5} dx$

e) $\int \frac{x-2}{x^2-4x+9} dx$

f) $\int \frac{(2+\ln x)^3}{x} dx$

g) $\int \frac{x^2}{x^3+1} dx$

h) $\int_{-2}^1 \frac{1}{2x+7} dx$

i) $\int_{-1}^0 \frac{1}{4-5x} dx$

j) $\int_1^4 \frac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+4)} dx$

k) $\int (x + e^{\sqrt{x}}) dx$

l) $\int (1 + e^{-3x}) dx$

m) $\int \frac{\ln x}{x} dx$

n) $\int_1^3 e^{-4x} dx$

o) $\int_0^1 e^{2x+3} dx$

p) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

q) $\int x e^{x^2} dx$

r) $\int (1 + e^{\sin x}) \cos x dx$

s) $\int \frac{3 \sin x}{1+2 \cos x} dx$

t) $\int \frac{(e^x+1)^2}{e^x} dx$

u) $\int \frac{(x^2-4)^2}{2x} dx$

v) $\int \frac{x^2+3x+1}{x} dx$