مذكرة للمقرر 105 فيز

إعداد د. حامد بن عبدالرزاق السويدان

قسم الفيزياء والفلك

كلية العلوم جامعة الملك سعود

الميكانيكا

1- الكميات القياسية والكميات المتجهة:

الكمية القياسية لها مقدار فقط، وتحدد بواسطة عدد ووحدة، ومثال ذلك:

الكتلة: كتلة جسم الإنسان هي في المتوسط 70 Kg.

الحجم: حجم قاعة الدراسة هو حوالي 300 m3.

التردد: تردد التيار الكهربائي في البيوت للخط 110 V هو 60 Hz.

يتم جمع وطرح الكميات القياسية المتشابهة بالطرق الرياضية العادية.

الكميات المتجهة لها مقدار واتجاه معاً، وهي تحدد بعدد ووحدة واتجاه، ومثال ذلك:

الإزاحة: سيارة قطعت إزاحة 20 Km باتجاه الشرق.

القوة: يسلط رجل قوة مقدارها 10 N إلى الأسفل على الطاولة.

السرعة: يسير قطار بسرعة منتظمة مقدارها 600 Km/h باتجاه الجنوب الغربي.

ويتم تمييز الكميات المتجهة عند كتابتها بوضع علامة سهم على رمز الكمية فمثلاً نكتب **القوة:** $\vec{F}$، والسرعة: $\vec{v}$.

عندما يتم جمع وطرح الكميات المتجهة المتشابهة، فإنه يجب أن نأخذ الاتجاه في الاعتبار، ولذا لابد من معرفة طرق جمع المتجهات.

جمع المتجهات:

أولاً: الطريقة البيانية لجمع المتجهات:

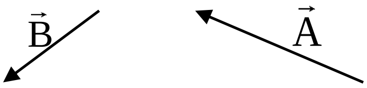
يمثل المتجه بيانياً بخط مستقيم وفي نهايته سهم، وبحيث يكون طول المستقيم متناسباً مع مقدار الكمية المتجهة واتجاه السهم يمثل اتجاه الكمية المتجهة، فمثلاً:

المتجه $\vec{A}$ له طول ومقدار مختلف عن المتجه $\vec{B}$.

ونعبّر عن طول أو مقدار المتجه عادة بالطريقة التالية:

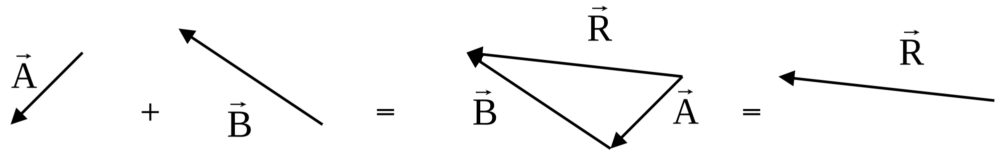
طول (أو مقدار) المتجه $A = |\vec{A}| = \vec{A}$

طول (أو مقدار) المتجه $B = |\vec{B}| = \vec{B}$



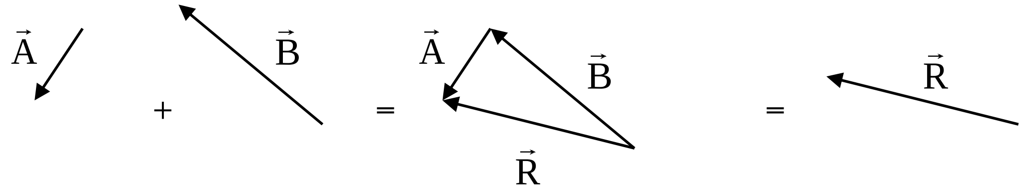
لجمع $\vec{A}$ و $\vec{B}$ بيانياً نتبع الآتي:

نرسم $\vec{B}$ بحيث أن بدايته عند نهاية $\vec{A}$، ثم نوصل بين بداية $\vec{A}$ ونهاية $\vec{B}$ بالمتجه $\vec{R}$ والذي يمثل الجمع الاتجاهي للمتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$، أي أن: $\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}$



ويمكن الحصول على نفس النتيجة بتغيير الترتيب، أي أن: $\vec{R}=\vec{B}+\vec{A}$

وبيانياً نرسم عند بداية $\vec{B}$ ثم نوصل بين بداية $\vec{B}$ ونهاية $\vec{A}$ بالمتجه $\vec{R}$ والذي له نفس الاتجاه السابق. ويسمى المتجه $\vec{R}$ بالمحصلة.

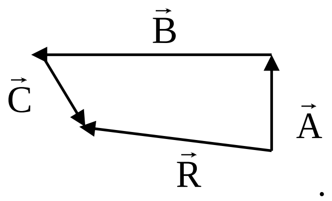


ونتبع نفس الأسلوب السابق عند جمع أكثر من متجهين كما في المثال التالي:

مثال 1:

سيارة تقطع 30 km باتجاه الشمال، ثم تتحرك غرباً لمسافة 50 km ثم بالاتجاه الجنوب الشرقي لمسافة 20 km. ما هو البعد بين نقطتي البداية والنهاية؟

الحل:



نسمي الإزاحة باتجاه الشمال المتجه $\vec{A}$.

نسمي الإزاحة باتجاه الغرب المتجه $\vec{B}$.

نسمي الإزاحة باتجاه الجنوب الغربي المتجه $\vec{C}$.

فتكون المحصلة $\vec{R}$ هي الجمع الاتجاهي للمتجهات الثلاث، ونحددها بتوصيل بداية المتجه الأول مع نهاية المتجه الأخير ونكتب: $\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}$ واتجاه $\vec{R}$ كما هو مبين بالشكل هو الشمال الغربي، ومقدار $\vec{R}$ هو:

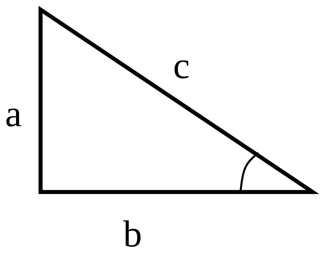
$$R=\left|\vec{R}\right|\cong 39\,\text{km}$$

حيث تم تحديد المقدار (الطول) بالقياس المباشر بعد أخذ مقياس مناسب للرسم.

ثانياً: الطريقة المثلثية لجمع المتجهات:

بالرغم من إمكانية تحديد مقدار واتجاه المحصلة $\vec{R}$ لمتجهين أو أكثر بالطريقة البيانية السابقة، إلا أن هذا الأسلوب غير دقيق تماماً. وللحصول على نتيجة دقيقة للمحصلة نستخدم المثلثات.

للمثلث القائم الزاوية المجاور، لدينا:



$$\sin\theta = \frac{\text{الضلع المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{الضلع المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{b}{c}$$

b

$$\tan\theta = \frac{\text{الضلع المقابل}}{\text{الضلع المجاور}} = \frac{a}{b}$$

$$\sin\phi = \frac{\text{الضلع المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{b}{c}$$

$$\cos\phi = \frac{\text{الضلع المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{a}{c}$$

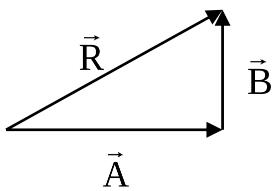
$$\tan\phi = \frac{\text{الضلع المقابل}}{\text{الضلع المجاور}} = \frac{b}{a}$$

ومن نظرية فيثاغورس:

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a^2 = c^2 - b^2 \Rightarrow a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b^2 = c^2 - a^2 \Rightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



كذلك لدينا العلاقة المشهورة: مجموع زوايا المثلث= 180°

لذلك في المثلث القائم الزاوية، مجموع الزاويتين: $\theta + \phi = 90^\circ$

ومن المناسب استخدام هذه الطريقة في الحالة التالية:

إذا كان لدينا متجهين متعامدين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ فإنه من السهل إيجاد مقدار المحصلة لهما R بتطبيق نظرية فيثاغورس:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

كذلك يمكن تحديد اتجاه R بمعرفة الزاوية θ من العلاقة:

$$\tan\theta = \frac{B}{A} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{B}{A}$$

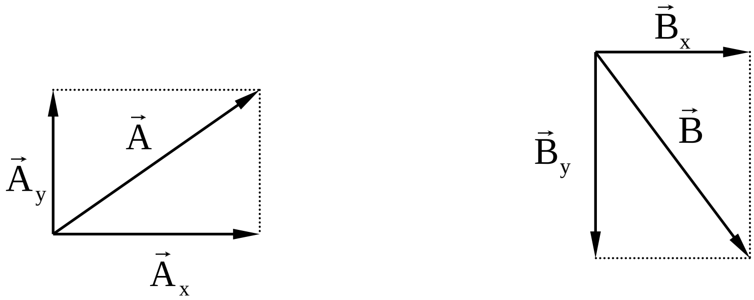
أما إذا كان المتجهان $\vec{A}$ و $\vec{B}$ غير متعامدين، فإننا نستخدم طريقة المركبات لجمع المتجهات.

ثالثاً: طريقة المركبات لجمع المتجهات:

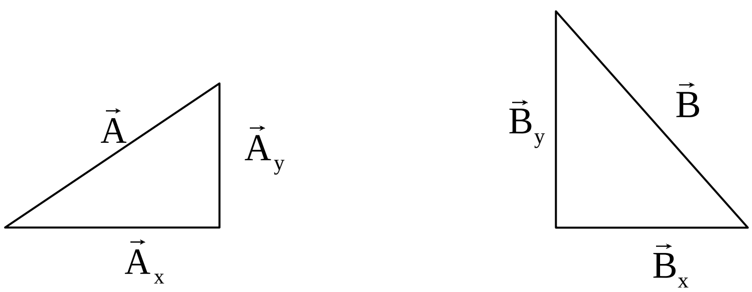
إذا كان لدينا متجهين غير متعامدين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ فإنه للحصول على الجمع الاتجاهي لهما نقوم أولاً بتحليل كل منهما إلى مركبتين متعامدتين أحدهما على الاتجاه x والأخرى على الاتجاه y ، ونستخدم طريقة جمع المتجهات بيانياً للحصول على الآتي:

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

$$\vec{B} = \vec{B}_x + \vec{B}_y$$



ونستخدم طريقة المثلثات لتحديد مقدار المركبات لكل متجه كالآتي:



في المثلث القائم الزاوية الخاص بالمتجه $\vec{A}$:

$$\sin\theta = \frac{\text{الضلع المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{A_y}{A} \Rightarrow A_y = A\sin\theta$$

$$\cos\theta = \frac{\text{الضلع المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{A_x}{A} \Rightarrow A_x = A\cos\theta$$

وبنفس الطريقة للمثلث القائم الزاوية الخاص بالمتجه $\vec{B}$:

$$\sin\phi = \frac{\text{الضلع المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{B_y}{B} \Rightarrow B_y = B\sin\phi$$

$$\cos\phi = \frac{\text{الضلع المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{B_x}{B} \Rightarrow B_x = B\cos\phi$$

ثم نقوم بجمع مركبات المتجهات لكل اتجاه على حدة فنحصل على المركبة المحصلة في الاتجاه x من العلاقة:

$$\vec{R}_x = \vec{A}_x + \vec{B}_x$$

وعلى المركبة المحصلة في الاتجاه y من العلاقة:

$$\vec{R}_y = \vec{A}_y + \vec{B}_y$$

وبما أن R_x و R_y مركبتين متعامدتين، فإننا نطبق نظرية فيثاغورس للحصول على مقدار المتجه الفضائي والذي يمثل المحصلة R كالتالي:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

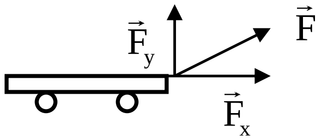
ونحدد اتجاه R من العلاقة المثلثية:

$$\tan\alpha = \frac{R_y}{R_x} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x}$$

مثال2:

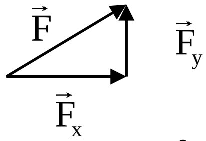
يقوم رجل بسحب العربة المبينة بالشكل بواسطة قوة مائلة $\vec{F}$ مقدارها N 10 وبحيث $\theta = 30^\circ$.

حدد مقدار المركبات الأفقية والعمودية للقوة F؟



الحل:

بالنظر إلى المثلث القائم الزاوية نجد أن:



$$\sin\theta = \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F\sin\theta = 10\times\sin 30 = 10\times 0.5$$

$$\therefore F_y = 5\,N$$

$$\cos\theta = \frac{F_x}{F} \Rightarrow F_x = F\cos\theta = 10\times\cos 30 = 10\times 0.866$$

$$\therefore F_x = 8.66\,N$$

مثال3:

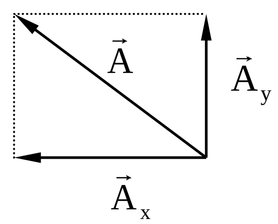
قارب يتجه نحو الشمال الغربي بسرعة $10\,km/h$ في نهر يجري بسرعة $3\ km/h$ باتجاه الشرق، ما هو مقدار واتجاه سرعة القارب بالنسبة للأرض؟

الحل:

1- نمثل سرعة القارب بالمتجه $\vec{A}$. ونمثل سرعة النهر بالمتجه $\vec{B}$.

2- نقوم بتحليل المركبات:

نحلل $\vec{A}$ إلى مركبتين:



$$A_y = A\sin 45^\circ = 10\times 0.707 = 7.07$$

$$A_x = A\cos 45^\circ = 10\times 0.707 = 7.07$$

المركبة $\vec{B}$ هي بالاتجاه x، أي أن:

$$B = B_x = 3$$

$B_y = 0$ (أي لا توجد مركبة بالاتجاه y)

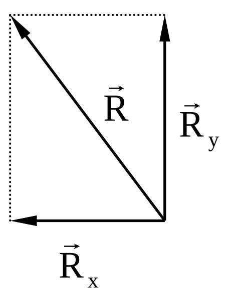
3- نقوم بجمع المركبات في كل اتجاه على حدة، لنحصل على المركبتين المتعامدتين R_x و R_y كالتالي:

$$\vec{R}_x = \vec{A}_x + \vec{B}_x$$

$$R_x = -7.07 + 3 = -4.07$$

$$R_y = A_y + B_y = A_y + 0 = A_y = 7.07$$

4- نطبق نظرية فيثاغورس للحصول على المحصلة R:



$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$
$$= \sqrt{(4.07)^2 + (7.07)^2}$$
$$\cong 8.2\, km/h$$

ونحدد اتجاه R من العلاقة:

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x} = \tan^{-1}\frac{7.07}{4.07} = 1.75$$

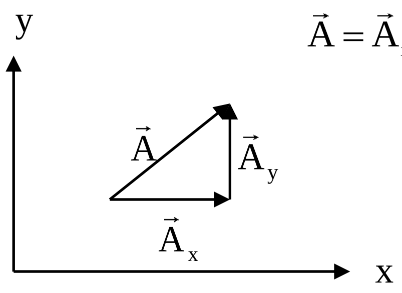
$$\therefore\ \theta = 60^\circ$$

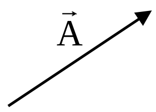
وتكون الزاوية من x+ هي: **180-60 =30°**

متجهات الوحدة:

إذا كان لدينا المتجه $\vec{A}$، فإنه يمكن أن يُكتب على صورة الجمع الاتجاهي لمركبتين عل الاتجاه x و y كالآتي:

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$





وقد حصلنا على $\vec{A}_x$ و $\vec{A}_y$ المبينة في الرسم المجاور من إسقاط $\vec{A}$ على الاتجاهين x و y على التوالي، وهذه هي طريقة كتابة المتجه بتحليله إلى مركباته الأصلية.

ومن الممكن كتابة المتجه $\vec{A}_x$ على الصورة:

$$\vec{A}_x = \hat{i}\, A_x$$

حيث: $\left|\vec{A}_x\right| = A_x$ يمثل طول المتجه $\vec{A}_x$.

و : $\hat{i}$ يسمى متجه الوحدة في الاتجاه (+x)، ويكون موازياً للاتجاه x، ومقداره وحدة واحدة، أي أن: $\left|\hat{i}\right| = 1$

ولذا فإن متجه الوحدة لا يؤثر على مقدار (أو طول) المتجه فهو يحدد الاتجاه فقط.

وبصورة مشابهة يمكن أن نكتب $\vec{A}_y$ على الصورة:

$$\vec{A}_y = \hat{j}A_y$$

حيث: $\left|\vec{A}_y\right| = A_y$ يمثل طول المتجه $\vec{A}_y$.

و : $\hat{j}$ يسمى متجه الوحدة في الاتجاه(+y)، ويكون موازياً للاتجاه y ، ومقداره أيضاً وحدة واحدة، أي أن: $\left|\hat{j}\right| = 1$

ويمكن تعريف متجه الوحدة بأنه أداة رياضية لتحديد اتجاه المتجه فقط، وليس لها علاقة بمقدار أو طول المتجه.

بالتعويض عن $\vec{A}_x$ و $\vec{A}_y$ في المعادلتين (2) و (3) في المعادلة (1) نحصل على:

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j}$$

مثال:

اكتب مركبات المتجه التالي $\vec{A}$، ثم حدد المتجه بالطريقتين: البيانية و المثلثية، وتحقق من صحة الحل بطريقة تحليل المتجه إلى مركباته؟

$$\vec{A} = 2\hat{i} - 4\hat{j}$$

الحل:

بالمقارنة مع المعادلات (1) و (2) و (3) و (4) نجد أن:

$$\vec{A}_x = 2\hat{i}$$

$$A_x = 2$$

$$\vec{A}_y = -4\hat{j}$$

$$A_y = -4$$

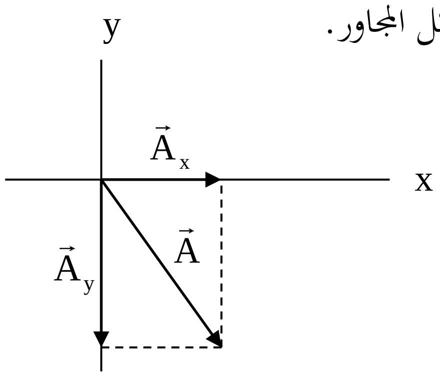
ولتحديد المتجه بيانياً نتبع الآتي:

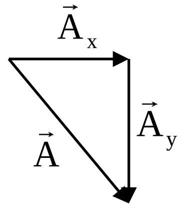
1- نعتبر كل وحدة = 1 cm

2- نحسب 2 cm بالاتجاه الموجب لـ x ، لأن: $A_x = 2$

3- نحسب 4 cm بالاتجاه السالب لـ y ، لأن: $A_y = -4$

4- نحدد المتجه $\vec{A}$ والذي يمثل المحصلة للمتجهين $\vec{A}_x$ و $\vec{A}_y$ بالرجوع للطريقة البيانية، كما هو مبين بالشكل المجاور.





لتحديد المتجه بالطريقة المثلثية نتبع الآتي:

1- نحدد المقدار:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$
$$= \sqrt{(2)^2 + (-4)^2}$$
$$= 4.48$$

2- نحدد الاتجاه:

$$\tan\theta = \left|\frac{A_y}{A_x}\right|$$
$$= \left|\frac{-4}{2}\right| = 2$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} 2 = 63.4^\circ$$

وتكون الزاوية من +x هي: **360-60 =300º**

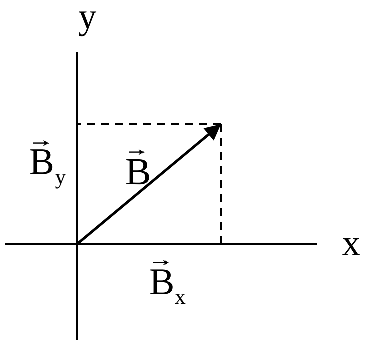
وللتحقق من صحة الحل بتحليل المتجه $\vec{A}$ إلى مركباته نكتب الآتي:

$$A_x = A\cos\theta$$
$$= 4.48\cos 63.4 \cong 2$$
$$A_y = A\sin\theta$$
$$= 4.48\sin 63.4 \cong 4$$

مثال: اكتب للمتجه التالي: $\vec{B}$ المركبات، ثم حدد المتجه بالطريقتين البيانية و المثلثية. وتحقق من صحة الحل بطريقة تحليل المتجه إلى مركباته.

$$\vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j}$$

الحل:

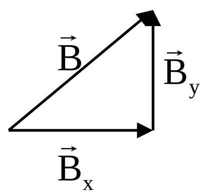


بالمقارنة مع المعادلات (1) و (2) و (3) و (4) نجد أن:

$$\vec{B}_x = 2\hat{i}$$
$$B_x = 2$$
$$\vec{B}_y = 2\hat{j}$$
$$B_y = 2$$

وبإتباع نفس طريقة المثال السابق، نحدد المتجه بيانياً كما هو مبين بالشكل المجاور.

1- نحدد المقدار:



$$\begin{aligned} B &= \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \\ &= \sqrt{(2)^2 + (2)^2} \\ &= 2.82 \end{aligned}$$

3- نحدد الاتجاه:

$$\tan\theta = \left|\frac{B_y}{B_x}\right| = \left|\frac{2}{2}\right| = 1$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}1 = 45^\circ$$

وللتحقق من صحة الحل بتحليل المتجه $\vec{B}$ إلى مركباته نكتب:

$$\begin{aligned} B_x &= B\cos\theta \\ &= 2.82\cos 45 \cong 2 \\ B_y &= B\sin\theta \\ &= 2.82\sin 45 \cong 2 \end{aligned}$$

مثال: بين الجمع الاتجاهي للمتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ المذكورين في المثالين السابقين، بالطريقة البيانية والحسابية (المثلثية والتحليل إلى المركبات).

$$\vec{A} = 2\hat{i} - 4\hat{j}$$

$$\vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j}$$

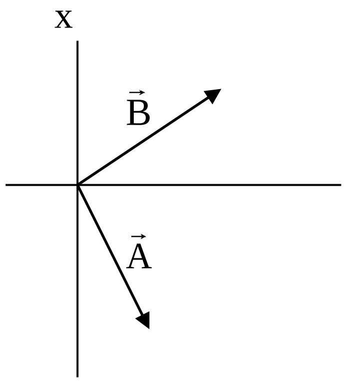
الحل:

نفرض أن المحصلة للمتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ هو المتجه $\vec{R}$ بحيث أن:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

ونحدد المتجه $\vec{R}$ بالطريقة البيانية كما هو موضح بالشكل المجاور.

الطريقة الحسابية:



نكتب المتجه $\vec{R}$ بالتحليل إلى المركبات كالآتي:

$$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y$$

$$= R_x\hat{i} + R_y\hat{j}$$

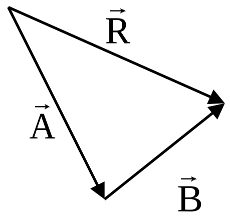
حيث:

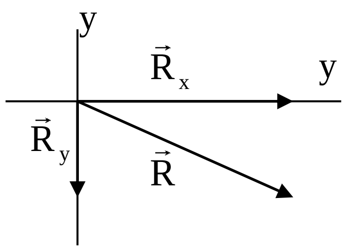
$$R_x = (A_x + B_x)$$

$$= 2 + 2 = 4$$

$$R_y = (A_y + B_y)$$

$$= -4 + 2 = -2$$





فيكون المتجه $\vec{R}$:

$$\vec{R} = 4\hat{i} - 2\hat{j}$$

ولتحديد طول المتجه $\vec{R}$:

$$R = |\vec{R}| = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2}$$

$$= \sqrt{(4)^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 4.47$$

ولتحديد المتجه $\vec{R}$:

$$\tan\theta = \left|\frac{R_y}{R_x}\right| = \left|\frac{-2}{4}\right| = 0.5$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} 0.5 = 2.26^\circ$$

وتكون الزاوية من x+ هي: **360-2.3 =357.7º**

مثال:

إذا كان:

$$|\vec{A}| = 20$$

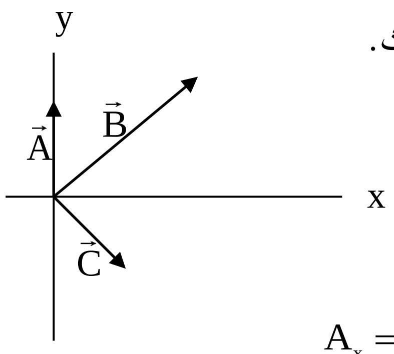
$$|\vec{B}| = 40$$

$$|\vec{C}| = 30$$

فاحسب:

1- المركبات x و y للمحصلة للمتجهات الثلاث.

2- مقدار واتجاه المحصلة.



الحل:

من الشكل:

$$A_x = A\cos 90 = 20 \times 0 = 0$$

$$A_y = A\sin 90 = 20 \times 1 = 20$$

$$B_x = B\cos 45 = 40 \times 0.707 \cong 28.3$$

$$B_y = B\sin 45 = 40 \times 0.707 \cong 28.3$$

$$C_x = C\cos 45 = 30 \times 0.707 \cong 21.21$$

$$C_y = -C\sin 45 = -30 \times 0.707 = -21.21$$

نفرض لمتجه المحصلة $\vec{R}$ ، حيث:

$$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y$$
$$= R_x\hat{i} + R_y\hat{j}$$

فيكون:

$$R_x = A_x + B_x + C_x$$
$$= 0 + 28.3 + 21.21 \cong 49.5$$

$$\therefore \vec{R}_x = 49.5\hat{i}$$

ويكون:

$$R_y = A_y + B_y + C_y$$
$$= 20 + 28.3 - 21.21 \cong 27.1$$
$$\therefore \vec{R}_y = 27.1\hat{j}$$

فيصبح المتجه $\vec{R}$:

$$\vec{R} = 49.5\hat{i} + 27.1\hat{j}$$

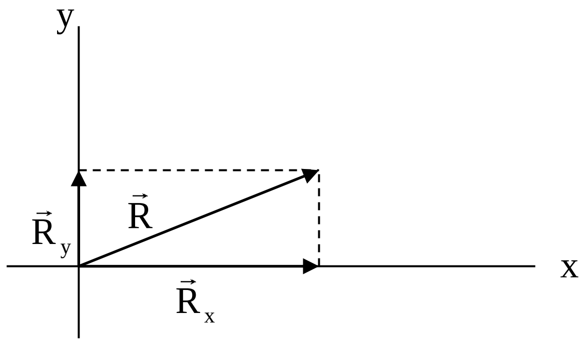
ثم نحسب مقدار $\vec{R}$:

$$R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2}$$
$$= \sqrt{(49.5)^2 + (27.1)^2} = \sqrt{3185} \cong 56.4$$

ونحدد اتجاه $\vec{R}$:

$$\tan\theta = \left|\frac{R_y}{R_x}\right| = \left|\frac{27.1}{49.5}\right| \cong 0.547$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} 0.475 = 28.7^\circ$$



الأجسام في حالة السكون(الشرط الأول للتوازن):

يُقال أن الجسم في حالة توازن خطي إذاكانت محصلة القوى المؤثرة عليه متساوية. وإذاكان الجسم ساكناً في الأصل، فإنه سوف يستمر على حالة السكون طالما بقيت محصلة القوى المؤثرة عليه متعادلة.

ويمكن كتابة ذلك رياضياً بالعلاقة: $\sum F = 0$

وبالنظر إلى مركبات القوة، نكتب بصورة أكثر تفصيلاً:

(محصلة مجموع القوى في الاتجاه x = صفر) $\sum F_x = 0$

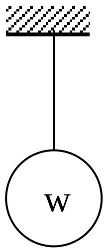
(محصلة مجموع القوى في الاتجاه y = صفر) $\sum F_y = 0$

مثال 1:

يزن الجسم في الشكل المجاور N 50 وهو مثبت بحبل عديم الوزن. ما هو الشد الحاصل في الحبل.

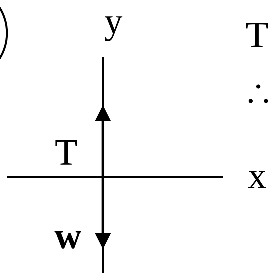
الحل:

نرمز لوزن الجسم W، فيكون W=50 N واتجاهه إلى أسفل. ونرمز لقوة الشد في الحبل بالرمز T، واتجاهها إلى الأعلى. نحدد محصلة القوى المؤثرة على الجسم في الاتجاهين x و y.



$\sum F_x = 0$ (لأنه ليس هناك قوى في الاتجاه x)

$\sum F_y = 0$ (لأن الجسم ساكن)



$T - W = 0$

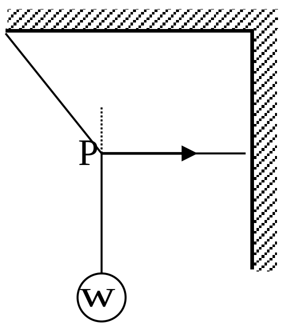
$\therefore T = W = 50\ N$ قوة الشد في الخيط

مثال 2 :

إذا كان الشد في الحبل الأفقي هو N 30 ، فاحسب وزن الجسم في الشكل المجاور؟

الحل:

نقوم بتحليل القوى عند النقطة P، كما هو مبين في الشكل.



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 30 - T_2 \cos 40 = 0$$

$$\therefore T_2 \cos 40 = 30 \qquad (1)$$

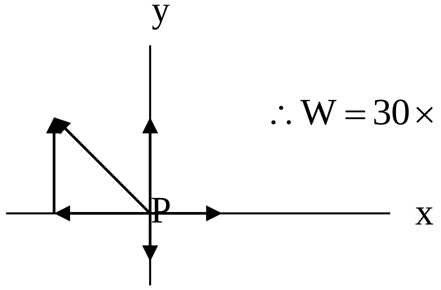
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_2 \sin 40 - W = 0$$

$$\therefore T_2 \sin 40 = W \qquad (2)$$

بقسمة المعادلة (2) على المعادلة (1) نحصل على:

$$\tan 40 = \frac{W}{30}$$

$$\therefore W = 30 \times \tan 40 = 30 \times 0.839 \cong 25.2\,N$$



مثال : إذا كان الشد في الحبل A هو 30 N، فاحسب الشد في الحبل B ومقدار w في الشكل المجاور.

الحل:

نقوم بإجراء التحليل للقوى المؤثرة عند نقطة التقاطع، كما هو مبين بالشكل:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T_B \cos 60 - T_A \cos 50 = 0 \qquad (1)$$

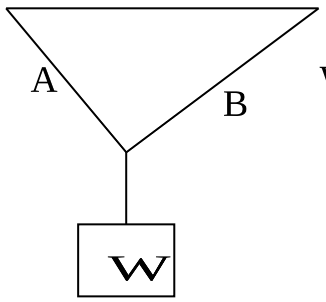
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_B \sin 60 + T_A \sin 50 - W = 0 \qquad (2)$$

بالتعويض عن $T_A = 30\ N$ في المعادلة (1) نحصل على:

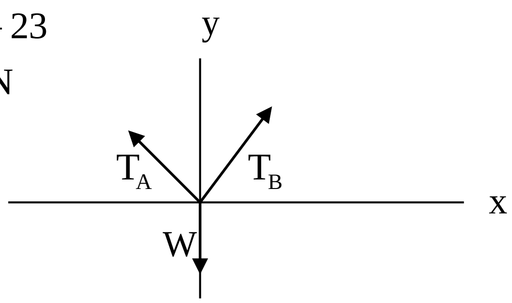
$$T_B \cos 60 - 30 \cos 50 = 0$$

$$T_B = \frac{30 \cos 50}{\cos 60} = \frac{30 \times 0.643}{0.5} \cong 38.6\,N$$

بالتعويض عن T_B و T_A في المعادلة (2) نحصل على:



$$\begin{aligned} W &= T_B \sin 60 + T_A \sin 50 \\ &= 38.6 \times 0.866 + 30 \times 0.766 \\ &= 33.4 + 23 \\ &= 56.4\ N \end{aligned}$$



معادلات الحركة المنتظمة في بعد واحد:

متوسط السرعة ($\bar{v}$): عندما يقطع جسم ما إزاحة x خلال زمن مقداره t، وكانت سرعته الابتدائية v_i وسرعته النهائية v_f فإن متوسط السرعة يُعطى بالعلاقة:

$$\text{السرعة المتوسطة} = \frac{\text{الإزاحة المقطوعة}}{\text{الزمن}}$$

$$\bar{v} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{متوسط السرعة}$$

والسرعة كمية متجهة ووحدتها ms^{-1}.

السرعة الآنية (v): هي مقدار سرعة الجسم عند لحظة معينة، وتعطى بالعلاقة:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

مثال:

إذا كانت القراءة لعداد سيارة في بداية رحلة 22687 km، ثم أصبحت القراءة 22791 km في نهاية الرحلة التي استغرقت 4 h، احسب متوسط سرعة السيارة على اعتبار أن السيارة كانت تسير على خط مستقيم.

الحل:

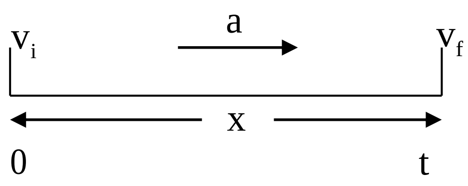
$$\bar{v} = \frac{x}{t} = \frac{22791 - 22687}{4} = 26 \text{ km/h}$$

$$= 26 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000 \text{ m/km}}{3600 \text{ s/h}} = 7.2 \text{ m/s}$$

التسارع (a): هو معدل تغير السرعة بالنسبة للزمن. ويكون التسارع موجباً عندما تتزايد السرعة، ويكون سالباً عندما تتناقص السرعة. وهو كمية متجهة ووحدته ms^{-2}. وسوف نقتصر في دراستنا على التسارع المنتظم حيث يكون معدل تغير السرعة ثابتاً بالنسبة للزمن.

$$\text{التسارع} = \frac{\text{التغير في السرعة}}{\text{الزمن}}$$

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$



حيث v_i تمثل السرعة الابتدائية للجسم.

v_f تمثل السرعة النهائية للجسم.

يتحرك الجسم بتسارع منتظم عندما تتغير سرعته بمعدل ثابت بالنسبة للزمن. وتغير السرعة يحصل إما بتغير مقدارها أو تغير اتجاهها أو كليهما معاً.

ولكتابة معادلات الحركة المنتظمة في بعد واحد، نفرض أن هناك سيارة تتحرك بسرعة ابتدائية v_i وتقطع إزاحة x خلال زمن t والذي عنده تصبح سرعتها النهائية v_f. فإذا كان تسارع السيارة هو a، فإنه يمكن كتابة معادلات الحركة التالية التي نستطيع بواسطتها تحديد الكمية المجهولة في السؤال إذا كانت الكميات الأخيرة معلومة.

$$\left.\begin{aligned}
& v_f = v_i + at \\
& \bar{v} = \frac{v_i + v_f}{2} \\
& x = v_i t + \frac{1}{2} a t^2 \\
& v_f^2 = v_i^2 + 2ax \\
& x = \bar{v} t \Rightarrow \frac{(v_i + v_f)t}{2}
\end{aligned}\right\} \text{معادلات الحركة المنتظمة في بعد واحد}$$

مثال:

سيارة تتحرك بسرعة ابتدائية $(20\,ms^{-1})$، وبتسارع $(-1ms^{-2})$. احسب سرعتها بعد مرور $(10\ s)$.

الحل:

$$\begin{aligned}
x &= v_i t + \frac{1}{2} a t^2 \\
&= 0 \times 4 + \frac{1}{2} \times 5 \times (4)^2 \\
&= 0 + \frac{1}{2} \times 5 \times 16
\end{aligned}$$

$$\therefore x = 40\ \text{m}$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ax$$

$$= 0 + 2 \times 5 \times 40 = 400$$

$$\therefore v_f = \sqrt{400} = 20\ \text{ms}^{-1}$$

مثال:

تبدأ سيارة حركتها من السكون وتتسارع بانتظام حتى تصبح سرعتها (5 m/s) في زمن قدره (10 s). أوجد تسارع السيارة والمسافة المقطوعة خلال هذا الزمن؟

الحل:

$$v_f = v_i + at \Rightarrow a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

$$\therefore a = \frac{5-0}{10} = 0.5\ \text{ms}^{-2}$$

$$x = \frac{(v_i + v_f)}{2} \times t = \frac{(0+5)}{2} \times 10 = 25\ \text{m}$$

السقوط الحر:

يمكن تطبيق معادلات الحركة المنتظمة في بعد واحد على الأجسام الساقطة سقوطاً حراً بعد استبدال قيمة التسارع a في المعادلات بتسارع الجاذبية g والذي قيمته تساوي 9.8ms^{-2} واتجاهه دائماً إلى الأسفل. وبالتالي تكون المعادلات هي:

$$\left.\begin{aligned} v_f &= v_i - gt \\ y &= v_i t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v_f^2 &= v_i^2 - 2gy \end{aligned}\right\}$$ معادلات الحركة للأجسام الساقطة سقوطاً حراً

مثال:

يسقط حجر من بناية ارتفاعها 450 m. بإهمال مقاومة الهواء، احسب:

1- الوقت اللازم لوصول الحجر إلى الأرض.

2- سرعة الحجر حين اصطدامه بالأرض.

الحل:

(1)

$$y = v_i t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = 0 \times t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\therefore t^2 = \frac{-2y}{g} = \frac{-2 \times 450}{-9.8} = 92$$

$$\therefore t = 9.6 s$$

(2)

$$v_f = v_i - gt$$

$$\therefore v_f = 0 - 9.8 \times 9.6 = -94 \text{ m/s}$$

ظهرت إشارة السرعة سالبة لأن اتجاه السرعة هو إلى الأسفل.

مثال:

يُقذف حجر من الأرض إلى الأعلى بسرعة ابتدائية 16 m/s. احسب:

1- أقصى ارتفاع يصل إليه الحجر.

2- الزمن اللازم لرجوع الحجر إلى الأرض.

الحل:

(1) عند أقصى ارتفاع: $V_f = 0 \Rightarrow v_f = v_i^2 - 2gy = 0$

$$\therefore 2gy = v_i^2 \Rightarrow y = \frac{v_i^2}{2g} = \frac{(16)^2}{2 \times 9.8} = 13m$$

(2) إن الزمن اللازم لرجوع الحجر إلى الأرض هو ضعف زمن الصعود، فنحسب أولاً زمن الصعود t:

$$v_f = v_i - gt = 0 \Rightarrow t = \frac{v_i}{g} = \frac{6}{9.8} = 1.6 \text{ s}$$

∴ الزمن المطلوب = $2t = 2\times1.6 = 3.2\ s$

قوانين نيوتن للحركة:

العطالة (القصور الذاتي): هي الخاصية التي يمتلكها الجسم لمقاومة التغير في حالته السكونية أو الحركة المنتظمة على خط مستقيم.

الكتلة (m): هي المقياس الكمي لعطالة الجسم، فإذا كانت مقاومة الجسم لتغيير حالته السكونية أو الحركية كبيرة فهذا يعني أن كتلته كبيرة. وتقاس الكتلة بوحدة kg.

القوة (F): هي مؤثر قد يؤدي إلى تغيير الحالة الحركية للجسم ويدل عليها وجود تسارع يغير من قيمة أو اتجاه سرعة الجسم، وتقاس القوة بوحدة N.

ومن أمثلة القوة، قوة الجاذبية المؤثرة على الجسم والتي تساوي وزن الجسم w، حيث:

$$F = W = mg$$

قانون نيوتن الأول (قانون العطالة): يبقى الجسم على حالته من السكون أو الحركة بسرعة ثابتة ما لم تؤثر عليه محصلة قوى خارجية لا تساوي الصفر.

وبالصورة الرياضية نكتب:

$$\sum F = 0 \Rightarrow \text{السرعة}\ \ v = \text{ثابت} \ \ \Rightarrow a = 0$$

حيث $\sum F$ محصلة القوى المؤثرة على الجسم.

v سرعة الجسم.

a تسارع الجسم.

قانون نيوتن الثاني (قانون التسارع): إن محصلة القوى المؤثرة على الجسم يتناسب طردياً مع كتلة الجسم ومع تسارعه، واتجاه محصلة القوة هو نفسه اتجاه تسارع الجسم.

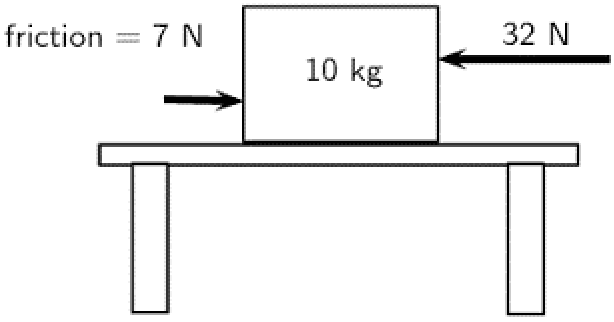
وبصورة رياضية نكتب القانون: $\sum F = ma$

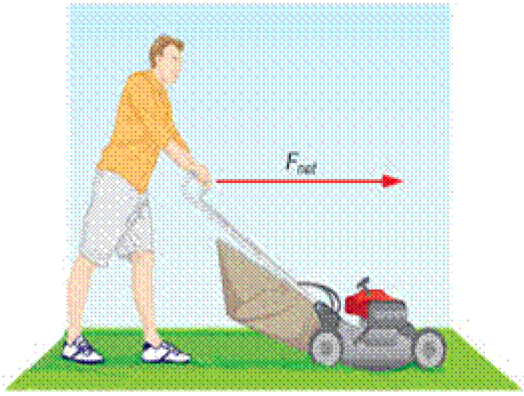
وإذا كانت القوى المؤثرة في أكثر من اتجاه، نكتب:

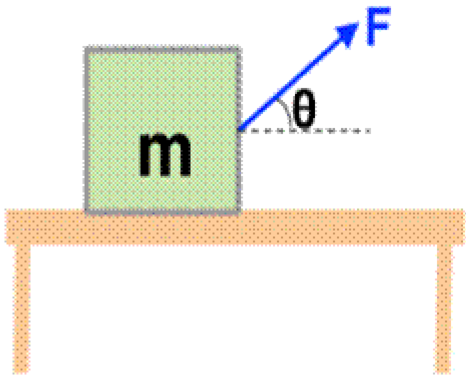
$$\sum F_x = ma_x$$
$$\sum F_y = ma_y$$

The equation for Newton's second law is:

$$\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} = \frac{\vec{F}_{\text{net}}}{m}$$







مثال:

ما هي القوة اللازمة للحصول على تسارع $6\ ms^{-2}$ لكتلة مقدارها $5\ kg$؟

الحل:

$$\sum F = ma$$

لدينا قوة واحدة فقط

$$\therefore F = ma$$

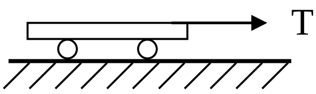
$$= 5 \times 6$$

$$\therefore F = 30\ N$$

مثال:

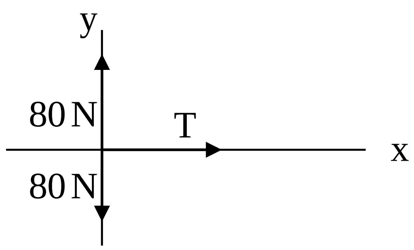
في الشكل المجاور، ما هو الشد المطلوب في الحبل لسحب العربة بتسارع $0.5\ ms^{-2}$ إذا كان وزن العربة هو $80\ N$؟

الحل:



نرسم مخطط القوى المؤثرة على العربة.

ليس هناك حركة بالاتجاه y $\Leftarrow \sum F_y = 0$



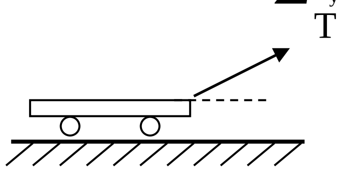
$$\sum F_x = ma$$
$$F_x = T = ma$$
$$\because m = \frac{W}{g}$$
$$\therefore T = \frac{W}{g} \times a = \frac{80}{9.8} \times 0.5 = 4.1 \text{ N}$$

مثال:

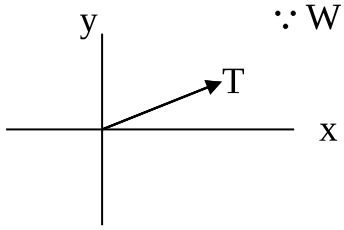
يتم سحب عربة وزنها N 39.2 بقوة مائلة مقدارها N 6 وتصنع زاوية 37^{o} مع المستوى الأفقي كما هو مبين بالشكل التالي. ما هو تسارع العربة؟

الحل:

ليس هناك حركة في الاتجاه y $\Leftarrow \sum F_y = 0$



$$\sum F_x = ma$$
$$F_x = T\cos 37 = ma$$
$$\therefore a = \frac{T\cos 37}{m}$$
$$\because W = mg \Rightarrow m = \frac{W}{g} = \frac{39.2}{9.8} = 4 \text{ kg}$$

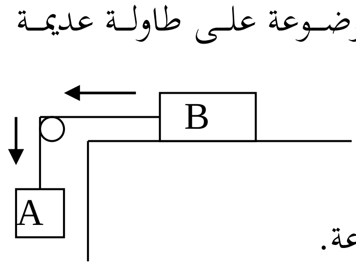


بالتعويض عن T و m في المعادلة:

$$\therefore a = \frac{6 \times \cos 37}{4} \cong 1.2 \text{ ms}^{-2}$$

مثال:

في الشكل المجاور، الكتلة A=12kg ، والكتلة B=30kg موضوعة على طاولة عديمة الاحتكاك. احسب تسارع المجموعة ومقدار الشد في الحبل؟

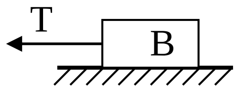


الحل:

نعتبر اتجاه اليسار هو الاتجاه الموجب وهو اتجاه التسارع للمجموعة.

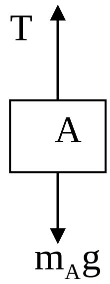
نقوم بتحليل القوى المؤثرة على كل جسم على حدة:

للكتلة B: $\sum F = ma$



$\therefore T = m_B a \qquad (1)$

للكتلة A: $\sum F = ma$



$m_A g - T = m_A a \qquad (2)$

بجمع المعادلتين (1) و (2) نحصل على:

$$m_A g - T + T = m_A a + m_B a$$

$$m_A g = (m_A + m_B)a$$

$$\therefore a = \frac{m_A g}{m_A + m_B}$$

$$\therefore a = \frac{12 \times 9.8}{12 + 30} = 2.8\ ms^{-2}$$

بالتعويض عن (a) في (1) نحسب T:

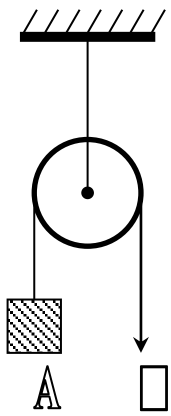
$$T = m_B a = 30 \times 2.8 = 84\ N$$

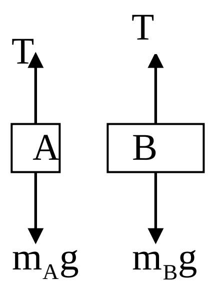
مثال:

احسب التسارع للمجموعة المبينة بالشكل المجاور حيث A و B لهما نفس الكتل في المثال السابق. ثم احسب الشد في الخيط؟

الحل:

الكتلتين لهما نفس التسارع والاتجاه الموجب مبين بالشكل. نحلل القوى المؤثرة على كل كتلة على حدة:





الكتلة A: $\sum F = ma$

$T - m_A g = m_A a \qquad (1)$

الكتلة B: $\sum F = ma$

$m_B g - T = m_B a \qquad (2)$

بجمع المعادلتين (1) و (2) نحصل على:

$$T - m_A g + m_B g - T = m_A a + m_B a$$

$$(m_B - m_A)g = (m_A + m_B)a$$

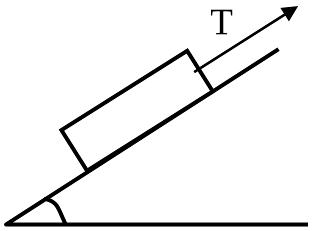
$$\therefore a = \frac{(m_B - m_A)g}{(m_A + m_B)} = \frac{(30-12)\times 9.8}{(12+30)} = 4.2\ ms^{-2}$$

بالتعويض عن (a) في (1) :

$$\therefore T = m_A a + m_A g = m_A(a+g) = 12(4.2+9.8) = 168\ N$$

مثال:

صندوق كتلته 1000 kg يُسحب إلى أعلى سطح مائل بزاوية 10° بواسطة حبل قوة الشد فيه 2000 N. احسب أقصى تسارع للصندوق؟

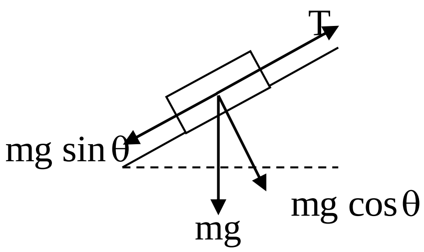


الحل:

نحلل القوى المؤثرة على الصندوق:

ليس هناك حركة بالاتجاه العمودي على السطح المائل $\Leftarrow \sum F_y = 0$

بالنسبة للاتجاه الموازي للسطح المائل (x):



ذ $\sum F = ma$

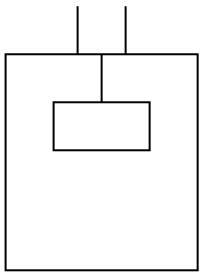
$$T - mg\sin\theta = ma$$

$$\therefore a = \frac{T}{m} - g\sin\theta$$

$$a = \frac{2000}{1000} - 9.8\times\sin 10 \cong 0.3\ ms^{-2}$$

مثال:

عُلّق جسم كتلته 30 kg بواسطة حبل متدل من سقف مصعد كما في الشكل المجاور. ما هو الشد في الحبل إذا كان المصعد متسارعاً بمعدل:



1- $4ms^{-2}$ إلى أعلى.

2- $4ms^{-2}$ إلى أسفل.

الحل:

نحلل القوى المؤثرة على الجسم، ونكتب العلاقة: $\sum F = ma$

(1)

$$T - mg = ma$$
$$T = m(g + a)$$
$$= 30(9.8 + 4)$$
$$= 402\ N$$

T

↑

•

↓

mg

(2)

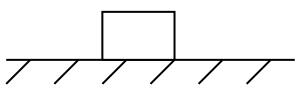
$$mg - T = ma$$
$$T = m(g - a)$$
$$= 30(9.8 - 4)$$
$$= 174\ N$$

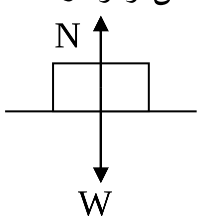
قانون نيوتن الثالث (قانون الفعل ورد الفعل):

إذا أثر جسم بقوة ما على جسم ثاني، فإن الجسم الثاني يؤثر على الأول بقوة مساوية لها في المقدار ومضادة في الاتجاه. وتسمى إحدى القوتين بقوة الفعل وتسمى الأخرى بقوة رد الفعل.

مثال:

الكتلة المبينة بالشكل المجاور موضوعة على سطح طاولة. حدد قوة الفعل وقوة رد الفعل إذا كان وزن الكتلة w.





الحل:

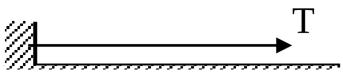
نحلل القوى المؤثرة على الجسمين وهما الكتلة والطاولة.

تؤثر الكتلة على الطاولة بقوة تمثل وزن الكتلة w واتجاهها إلى أسفل، وهذه قوة الفعل.

تؤثر الطاولة على الكتلة بقوة N مساوية لوزن الكتلة واتجاهها إلى أعلى. تسمى N بالقوة العمودية أو هي تمثل قوة رد الفعل.

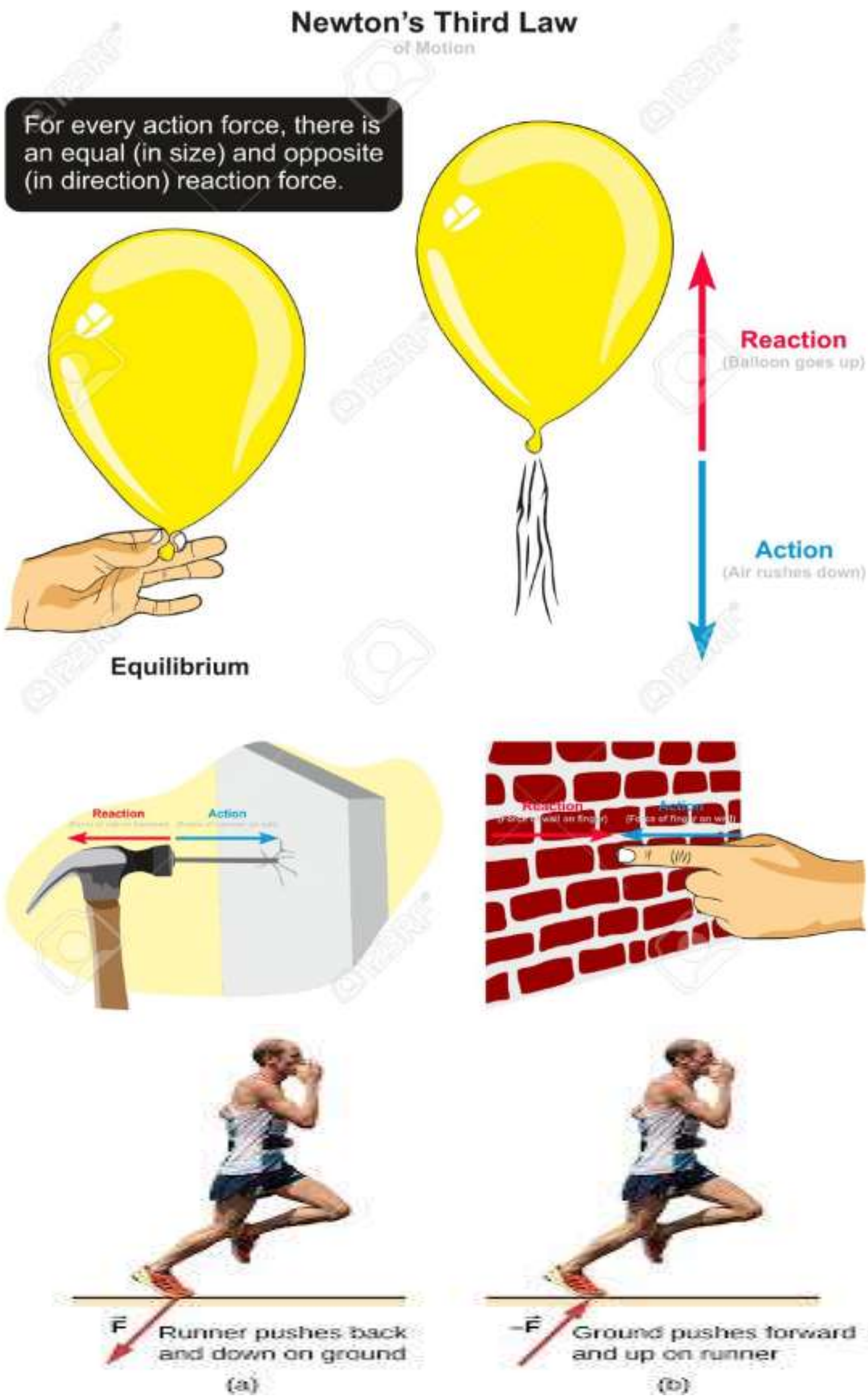
مثال:

حبل مثبت من جهة اليسار يتم سحبه من جهة اليمين بواسطة اليد. حدد قوى الفعل ورد الفعل بين اليد والحبل.



الحل:

إذا اعتبرنا قوة سحب اليد للحبل نحو اليمين ومقدارها T (قوة الفعل)، فإن الحبل يؤثر بقوة مقدارها T على اليد أيضاً ولكن نحو اليسار (قوة رد الفعل).


Newton's Third Law
of Motion
For every action force, there is an equal (in size) and opposite (in direction) reaction force.
Reaction
(Balloon goes up)
Action
(Air rushes down)
Equilibrium
Reaction
Action
$\vec{F}$
Runner pushes back and down on ground
(a)
$-\vec{F}$
Ground pushes forward and up on runner
(b)

قوى الاحتكاك بين السطوح :

هي القوى الناشئة بين سطحين متلاصقين والتي تعمل على إعاقة الحركة بينها، واتجاهها دائماً عكس اتجاه الحركة. وسوف نركز على الاحتكاك الحاصل أثناء الحركة فقط.

إن قوة الاحتكاك F_f تزداد بزيادة القوة العمودية التي يؤثر بها أحد السطحين على الآخر، أي أن:

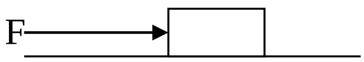
$$F_f \alpha N$$

$$F_f = \mu N$$

حيث μ معامل الاحتكاك بين السطحين المتصلين، ولكل سطحين متلاصقين قيمة خاصة لـ μ أي أن معامل الاحتكاك يعتمد على طبيعة السطوح المتلاصقة.

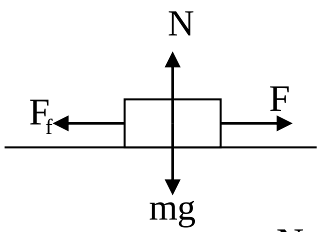
مثال:

يتم دفع صندوق خشبي كتلته 100 kg على سطح بقوة مقدارها 350 N. احسب تسارع الصندوق إذا كان معامل الاحتكاك 0.3.



الحل:

نحلل القوى المؤثرة على الصندوق:



$$\sum F_y = m a_y = 0$$

$$N - mg = 0$$

$$\therefore N = mg = 100 \times 9.8 = 980 \text{ N}$$

$$\sum F_x = m a_x$$

$$F - F_f = m a_x$$

$$a_x = \frac{F - F_f}{m}$$

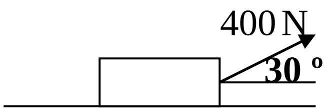
$$F_f = \mu N = 0.3 \times 980 = 294 \text{ N}$$

نعوض عن F_f في المعادلة:

$$a_x = \frac{F - F_f}{m} = \frac{350 - 294}{100} = 0.56 \text{ ms}^{-2}$$

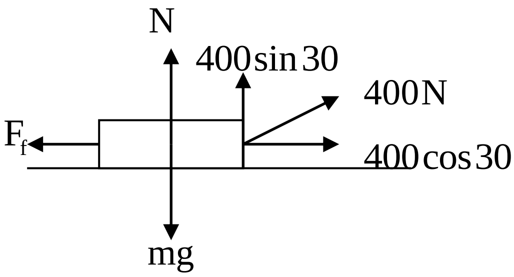
مثال:

يتم سحب صندوق كتلته 70 kg بواسطة قوة مقدارها 400 N كما في الشكل المجاور. إذا كان معامل الاحتكاك 0.5، فاحسب تسارع الصندوق؟



الحل:

نحلل القوى المؤثرة على الصندوق :



$$\sum F_y = ma_y = 0$$

$$N + 400\sin 30 - mg = 0$$

$$N = mg - 400\sin 30$$

$$N = 70 \times 9.8 - 400 \times 0.5$$

$$= 686 - 200$$

$$N = 786\ N$$

$$F_f = \mu N$$

$$= 0.5 \times 486 = 243\ N$$

$$\sum F_x = ma_x$$

$$400\cos 30 - F_f = ma_x$$

$$a_x = \frac{400\cos 30 - F_f}{m}$$

$$a_x = \frac{400 \times 0.866 - 243}{70}$$

$$\therefore a_x = 1.47\ \ ms^{-2}$$

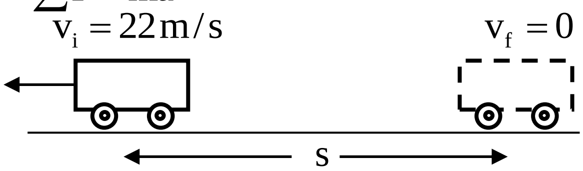
مثال:

تسير سيارة بسرعة 22 m/s على طريق بمعامل احتكاك 0.7. ما هي المسافة التي تتحركها السيارة قبل أن تتوقف عندما يتم استخدام فرامل السيارة بالكامل لإجبارها على التوقف؟

الحل:

$$F_f = \mu N = \mu mg$$

$$\sum F = ma$$



$$F_f = ma$$

$$-\mu mg = ma$$

$$\therefore a = -\mu g = -0.7 \times 9.8 = -6.9 \ ms^{-2}$$

السرعة النهائية = صفر ، أي أن : $v_f = 0$

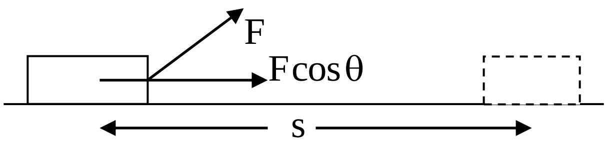
$$\therefore v_f^2 = v_i^2 + 2as = 0$$

$$s = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-(22)^2}{2 \times -6.9} = 35 \ m$$

الشغل: (W)

يُعرف الشغل المنجز بواسطة قوة ثابتة بأنه حاصل ضرب مركبة القوة في اتجاه الإزاحة ومقدار تلك الإزاحة. والشغل كميه قياسية ووحدته الجول (J):

$$1 J = N.m$$



فعندما تؤثر قوة مقدارها F على الجسم المبين بالشكل وتزيحه إزاحة مقدارها s، فإن مركبة القوة باتجاه الإزاحة هي: $F\cos\theta$ لذا يكون مقدار الشغل هو:

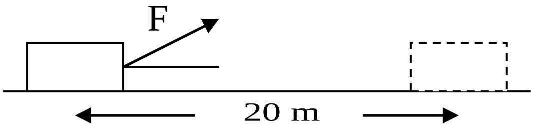
$$W = (F\cos\theta) \times s$$

وإذا كانت F بموازاة s، فإن $\theta = 0 \Leftarrow \cos\theta = 1$ ، وتصبح $W = Fs$.

مثال:

يتم سحب الجسم المبين بالشكل بواسطة قوة F مقدارها 150 N، مما يؤدي إلى تحريكه إزاحة 20 m. احسب الشغل المنجز على الجسم خلال هذه الإزاحة.

الحل:



$$W = Fs\cos\theta$$

$$= 150 \times 20 \times 0.866$$

$$\therefore W = 2.6 \times 10^{3}\ \text{J}$$

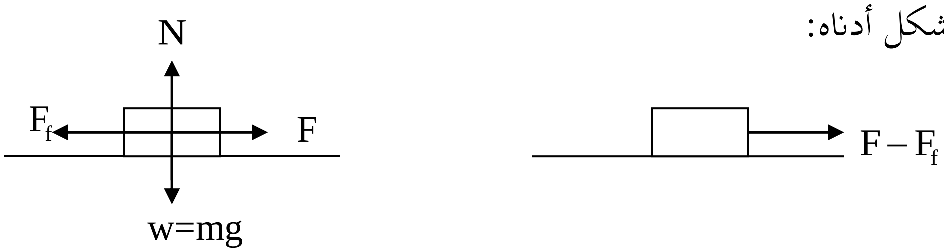
مثال:

صندوق وزنه 500N يُدفع على أرضية أفقية بقوة مقدارها 250N .إذا كان معامل الاحتكاك الحركي هو 0.4 ، فاحسب الشغل المنجز على الصندوق لدفعه مسافة 20 m .

الحل:

$$W = Fs\cos\theta$$

نحدد محصلة القوة F في المعادلة، والمؤثرة على الصندوق باتجاه الإزاحة، وهي بالرجوع إلى الشكل أدناه:



$$F - F_f$$

$$F_f = \mu\, N = \mu\, mg$$

$$F_f = 0.4 \times 500 = 200\,\text{N}$$

بالتعويض في المعادلة، وملاحظة أن: $\theta = 0 \Leftarrow \cos\theta = 1$ ، يصبح مقدار الشغل:

$$
\begin{aligned}
W &= (F - F_f) \times s \times 1 \\
&= (250 - 200) \times 20 \times 1 \\
&= 50 \times 20 \times 1 \\
&= 1000\,J \\
&= 1KJ
\end{aligned}
$$

(حيث: 1 kJ =1000 J)

القدرة (P):

هي المعدل الزمني لانجاز الشغل بواسطة قوة ما ، أو هي الشغل المنجز بواسطة قوة ما خلال وحدة الزمن، والقدرة كميه قياسية.

$$\text{(متوسط) القدرة} = \frac{\text{الشغل المنجز}}{\text{الزمن}}$$

$$\bar{P} = \frac{W}{t}$$

وتقاس القدرة بوحدة الواط (W)، حيث أن: $1W = 1\ J/s$ ، وإذا كانت القوة المنجزة للشغل هي: $F\cos\theta$ ،فإن الشغل يساوي: $W = Fs\cos\theta$ ، وبالتالي يكون متوسط القدرة هو:

$$\bar{P} = \frac{Fs\cos\theta}{t}$$

$$\bar{P} = F\bar{v}\cos\theta$$

حيث تمثل $\bar{v}$ متوسط السرعة، و θ تمثل الزاوية بين اتجاه لسرعة (الحركة) واتجاه القوة المؤثرة.

مثال:

يرقى رجل كتلته 70 kg سلماً ارتفاعه 3m خلال 2 s .

أ – ما هو الشغل الذي يبذله الرجل ضد قوة الجاذبية؟

ب – ما هو متوسط قدرة الرجل؟

الحل:

(أ)

بما أن قوة الجاذبية على الرجل هي وزنه w، وتساوي: $w = mg$، لذا يحتاج الرجل إلى بذل قوة ثابتة مقدارها F ضد الجاذبية خلال صعوده إلى أعلى، أي أن: $F=w=mg$ وهذه القوة التي يحتاج لبذلها هي بنفس اتجاه الإزاحة إلى أعلى، أي أن $\theta = 0$، وبالتالي يكون الشغل المطلوب هو:

$$\begin{aligned} W &= Fs\cos 0 \\ &= mgs \\ &= 70 \times 9.8 \times 3 \\ &= 2060\ J \end{aligned}$$

(ب)

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{W}{t} \\ &= \frac{2060}{2} = 1030\ W \end{aligned}$$

مثال:

يتم رفع جسم كتلته 250 kg بواسطة رافعة وبسرعة ثابتة $0.1\ ms^{-1}$. ما هي القوة المستنفذة بواسطة الرافعة؟

الحل:

$$\begin{aligned} P &= Fv\cos\theta \\ &= mgv\cos\theta \\ &= 250 \times 9.8 \times 0.1 \times 1 \\ &= 245\,W \end{aligned}$$

مثال:

يُسحب صندوق كتلته 200 kg على سطح أفقي بمعامل الاحتكاك 0.4 بواسطة محرك.

أ – ما هي قدرة المحرك اللازمة كي يتحرك الصندوق بسرعة ثابتة 5 m/s؟

ب– ما هو الشغل المنجز بواسطة المحرك خلال 3 min ؟

الحل:

(أ)

$$\bar{P} = F\bar{v}$$

والقوة اللازمة لتحريك الصندوق بسرعة ثابتة $\bar{v}$ يجب أن تساوي قوة الاحتكاك F_f، أي أن:

$$F = F_f = \mu mg = 0.4 \times 200 \times 9.8 = 784\ \text{N}$$

بالتعويض عن F في المعادلة $\bar{P} = F\bar{v}$:

$$\bar{P} = F\bar{v} = 784 \times 5 = 3920\,\text{W}$$

(ب)

$$W = \bar{P}.t = 3920 \times 3 \times 60 = 705600\,\text{J} = 705.6\,\text{kJ}$$

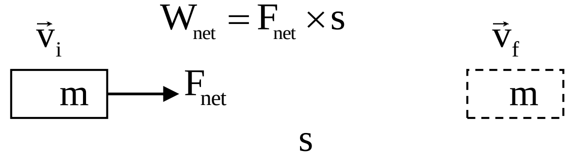
الطاقة الحركية (K):

تُعبِّر الطاقة الحركية لجسم ما عن طاقته الناتجة بسبب حركته. فإذا كان لدينا جسم كتلته m يتحرك في لحظة معينه بسرعة v على خط مستقيم ، فإن طاقته الحركية K في تلك اللحظة هي:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

لنعتبر الآن الجسم ذو الكتلة m والسرعة الابتدائية v_i (كما في الشكل المجاور) فتكون طاقته الحركية الابتدائية K_i هي: $K_i = \frac{1}{2}mv_i^2$، إذا أردنا تسريع هذا الجسم لتصبح سرعته النهائية v_f (وبالتالي طاقته الحركية: $K_f = \frac{1}{2}mv_f^2$)، فإنه يجب التأثير عليه بقوة ثابتة F_{net} (كما هو مبين بالشكل) ولمسافة s فيكون الشغل المنجز على الجسم خلال تلك المسافة هو:

$$W_{net} = F_{net} \times s$$



وهذا الشغل المنجز لابد أن يساوي مقدار التغير في الطاقة الحركية خلال تلك المسافة، أي أن:

$$W_{net} = K_f - K_i$$
$$F_{net}\, s = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

مثال:

كم هو الشغل اللازم لتسريع سيارة كتلتها 1000kg من 20 m/s إلى 30 m/s ؟

الحل:

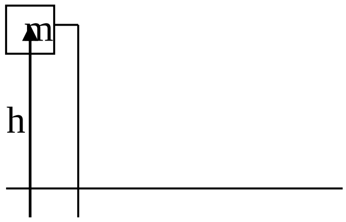
$$W = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$
$$= \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$
$$= \frac{1}{2} \times 1000 \times \left((30)^2 - (20)^2\right)$$
$$= 500 \times (900 - 400)$$
$$= 500 \times 500$$
$$= 250000\ J = 250\ kJ$$

الطاقة الكامنة (طاقة الوضع) U:

هي الطاقة المختزنة في نظام ما (جسم ما) بسبب الشغل المنجز عليه مما يؤدي إلى تغير موضعه (كما في حالة الشغل المنجز لرفع جسم ضد قوة الجاذبية) أو تغير شكله وأبعاده (كما في حالة الشغل المنجز على نابض حلزوني). وسوف نركز في دراستنا على الطاقة الكامنة الناتجة عن تغير موضع الجسم ولذا نسميها بطاقة الوضع.

إذا كان لدينا جسم كتلته m وموضوع على ارتفاع h عن الأرض، فإنه يمتلك طاقة وضع U بالنسبة للأرض تعطى بالعلاقة:

$$U = mgh$$



الطاقة الميكانيكية الكلية (E):

وتمثل مجموع الطاقة الحركية وطاقة الوضع للجسم، أي أن:

$$E = K + U$$

مبدأ حفظ الطاقة:

ينص هذا المبدأ على أن الطاقة الكلية لأي نظام معزول تبقى دائماً ثابتة، أي أن:

$$E = K + U = constant$$

وبصورة أوضح:

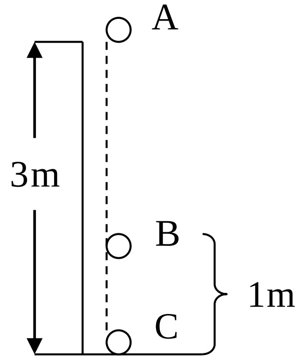
$$E_i = E_f = constant$$

$$K_i + U_i = K_f + U_f = constant$$

حيث: K_i و K_f الطاقة الحركية الابتدائية والنهائية على الترتيب.

: U_i و U_f طاقة الوضع الابتدائية والنهائية على الترتيب .

مثال:



تسقط كرة سقوطاً حراً من ارتفاع 3m (كما في الشكل المجاور).

احسب سرعة الكرة : أ- على ارتفاع 1m من الأرض.

ب- عندما تصطدم بالأرض.

الحل:

(أ) الطاقة الكلية ثابتة، أي أن:

$$E_A = E_B = E_C$$

$$K_A + U_A = K_B + U_B = constant$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_2$$

بما أن: $v_A = 0$، وباختصار m من الطرفين نحصل على:

$$\frac{1}{2}v_B^2 = g(h_1 - h_2)$$

$$\therefore v_B = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$$

$$= \sqrt{2 \times 9.8 \times (3-1)} = \sqrt{39.2}$$

$$\therefore v_B = 6.3\ m/s$$

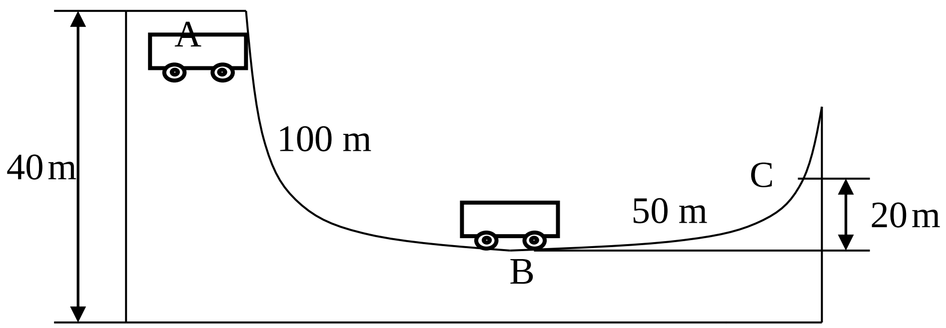
(ب)

$$E_A = E_C$$
$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_B$$
$$\therefore v_C = \sqrt{2g(h_2 - h_1)}$$
$$= \sqrt{2 \times 9.8 \times (3-0)} = 7.7\ m/s$$

قانون حفظ الطاقة بوجود الاحتكاك: في حالة وجود الاحتكاك، فإن الفقدان في الطاقة الميكانيكية $= E_i \neq E_f = W_f$ حيث W_f الشغل الناتج عن الاحتكاك.

مثال:

بالنظر إلى المسار المبين في الشكل المجاور، تتحرك العربة من السكون عند النقطة A، احسب سرعة العربة عند أسفل المرتفع (النقطة B) على اعتبار أن السطح أملس (عديم الاحتكاك).



الحل:

$$E_A = E_B$$
$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_2$$
$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv_B^2$$
$$v_B^2 = 2gh_1$$

$v_B = \sqrt{2gh}$

$= \sqrt{2x9.8x40}$

$= 28$ m/s

مثال:

إذا اعتبرنا السطح الذي تسير عليه العربة في المثال السابق له قوة احتكاك ثابتة مقدارها 6N، وكانت كتلة العربة 30 kg، فما هي سرعة العربة عند أسفل المرتفع (النقطة B) ؟ وما هي سرعتها عند النقطة C ؟

الحل:

$$E_A - E_B = W_f$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A - (\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B) = 6\times 100$$

$$mgh_A - \frac{1}{2}mv_B^2 = 600$$

$$v_B^2 = 2\left(\frac{mgh_A - 600}{m}\right) = 2\times\left(\frac{30\times 9.8\times 40 - 600}{30}\right)$$

$$v_B = \sqrt{744} = 27.3 \text{ m/s}$$

$$E_A - E_C = W_f$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A - (\frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C) = 6\times 50$$

$$mg(h_A - h_C) = 300 + \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$5580 = 15v_C^2 \Rightarrow v_C = 19.3 \text{ m/s}$$

2- خواص المادة:

الكثافة (d): تعرف الكثافة للمادة بأنها حاصل قسمة كتلتها على حجمها، أي أن:

$$d = \frac{m}{V}$$

حيث m: كتلة المادة،

V: حجم المادة

ووحدة الكثافة هي: $\frac{kg}{m^3}$ في النظام العالمي للوحدات.

مثال:

كثافة الألمنيوم هي $2.7\frac{gm}{cm^3}$، فما هي كثافته في النظام العالمي للوحدات؟

الحل:

$$d_{(A1)} = 2.7\frac{g}{cm^3} = 2.7\frac{g}{cm^3} \times \frac{10^{-3}\ \frac{kg}{g}}{10^{-6}\ \frac{m^3}{cm^3}}$$

$$= 2700\ \frac{kg}{m^3}$$

مثال:

كم هي كتلة ووزن الهواء في غرفة مربعه ضلعها $4\ m$ وارتفاعها $3\ m$ إذا علمت أن كثافة الهواء هي $1.28\frac{kg}{m^3}$ عند مستوى سطح البحر؟

الحل:

حجم الغرفة $V = 4\times 4\times 3$

$$= 48 m^3$$

كتلة الهواء في الغرفة $m = dV = 1.28\times 48 = 61.44\ kg$

وزن الهواء في الغرفة $w = mg = 61.44\times 9.8 = 602\ N$

الإجهاد:

هو القوة المطبقة على وحدة المساحات من السطح الذي تطبق عليه القوة.

$$\text{الإجهاد} = \frac{\text{القوة}}{\text{المساحة}} = \frac{F}{A}$$

ووحدة الإجهاد هي باسكال (Pa) حيث أن: $1Pa = \frac{1N}{m^2}$

الانفعال الطولي:

هو التغير النسبي الحاصل في طول قضيب ما بسبب تأثير الإجهاد.

$$\text{الانفعال} = \frac{\Delta L}{L}$$

والانفعال ليس له وحدة.

حيث ΔL هو التغير الحاصل في الطول ، L هو الطول الأصلي .

معامل المرونة:

يعرف معامل المرونة بالنسبة بين الإجهاد (الانضغاط أو الشد أو القص) إلى الانفعال بالعلاقة:

$$\text{معامل المرونة} = \frac{\text{الاجهاد}}{\text{الانفعال}}$$

$$\text{معامل المرونة} = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta L}{L}}$$

ووحدته هي باسكال (Pa).

وإذا كان الإجهاد ناتج عن قوة شد أو انضغاط، فإن معامل المرونة يسمى بمعامل يونج Y ، أي أن:

$$\text{معامل يونج} = \frac{\text{الاجهاد الطولي}}{\text{الانفعال الطولي}}$$

$$Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta L}{L}}$$

ومعامل يونج يعتمد على نوع مادة الجسم ولا يعتمد على شكله أو حجمه.

معامل الحجم (B):

عندما تؤثر قوة انضغاطية على جميع السطح لجسم ما، فإن حجمه يقل . وإذا كانت القوة المطبقة لوحدة المساحة F/A هي منتظمة، فإن الإجهاد في هذه الحالة هو الضغط المطبق P، وبالتالي نعرف معامل الحجم:

$$\text{معامل الحجم} = \frac{\text{الاجهاد الحجمي}}{\text{الانفعال الحجمي}}$$

$$B = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta V}{V_0}} = \frac{P}{\frac{\Delta V}{V_0}} = \frac{PV_0}{\Delta V}$$

أي أن معامل الحجم يعتبر مقياساً لدرجة الصعوبة التي تنضغط بها المادة. ووحدة معامل الحجم هي باسكال (Pa).

اجهاد القص: **Shear stress**

نفرض الشكل متوازي السطوح الذي مساحته A ويتعرض لقوة قص F ضمن المرونة كما في الشكل المبين :

تؤدي قوة القص F إلى تغير شكله ليصبح كما في الشكل المخطط ،وبالتالي نعرف إجهاد القص :

$$S_s = F/A$$

نعرف انفعال القص :

$$e_s = x/h$$

ومن الشكل نجد أن:

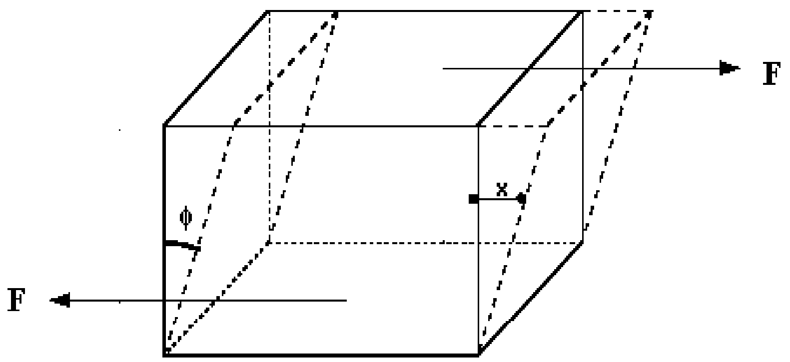
$$ta\ \varphi = x/h$$

وعندما تكون $h \quad x <<$ ، فإنه يمكن أن نكتب :

$$ta\ \varphi = \varphi = x/h = e_s$$

ونعرف معامل القص G :

$$\text{معامل القص}\ \boldsymbol{G} = \frac{\text{اجهاد القص}}{\text{انفعال القص}} = \frac{F/A}{x/h} = \frac{F}{A\ \phi}$$



قانون هوك:

ينص القانون على الآتي:

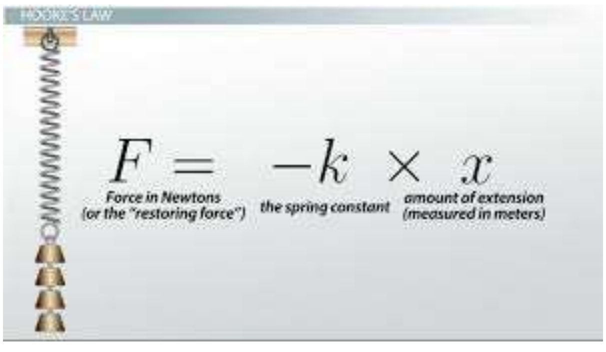
في حدود المرونة للنابض ، تتناسب القوة المرجعة للنابض F لوضعه الأصلي طرديا مع مسافة سحبه أو ضغطه x .

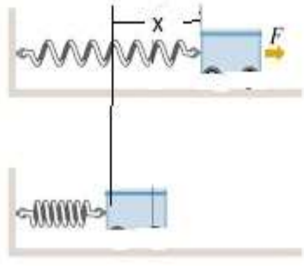
القوة المرجعة للنابض = – ثابت النابض x التغير في الطول

$$F = - k x$$

x : التغير في الطول (مسافة السحب أو الضغط)

k : ثابت النابض





ويمكن كتابة قانون هوك على الصورة : الإجهاد = معامل يونج x الإنفعال

$$S = Ye$$

S: الاجهاد، e: الانفعال، Y: معامل يونج .

مثال :

علق ثقل قدره 45 N بنابض، وعند قياس طول النابض وُجد أنه 32 cm وبعد تغيير الثقل بثقل آخر وزنه 55= N ، فاستطال النابض بمقدار13 cm. احسب :

أ) ثابت النابض

ب) الطول الأصلي للنابض.

الحل:

أ) من قانون هوك : $F = - k x$

وبتطبيق القانون على الثقل الثاني:

$$k = F_2/x_2$$
$$k = 55/0.13$$
$$k = 423 \ N/m$$

ب)نطبق القانون بالنسبة للثقل الأول :

$$F_1 = k x_1$$
$$x_1 = F_1/k$$
$$= 45/423$$
$$x_1 = 0.106 \ m$$
$$x_1 = 10.6 \ cm$$

فيكون طول النابض الأصلي:

$$L_0 = 32 - 10.6 = 21.4 \ cm$$

مثال:

سلك طوله 2.5 m بمساحة مقطع $6 \ mm^2$ تعلّق نهايته بكتلة 45 kg فتحصل فيه استطالة مقدارها 1.27 mm.

احسب:

1- الإجهاد على السلك.

2- الانفعال.

3- معامل يونج لمادة السلك.

الحل:

1- $\text{الإجهاد} = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A}$

$$= \frac{45 \times 9.8}{6 \times 10^{-6}} = 7.35 \times 10^{7} \text{ Pa}$$

2- $\text{الانفعال} = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{1.27 \times 10^{-3}}{2.5} = 5.08 \times 10^{-4}$

3- $Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta L}{L_0}} = \frac{7.35 \times 10^{7}}{5.08 \times 10^{-4}} = 1.44 \times 10^{11} \text{ Pa}$

مثال:

سلك ألمنيوم قطره 3mm وطوله 4m يستخدم لإسناد كتله مقدارها 50kg ،ما هي الاستطالة في السلك؟ (معامل يونج للألمنيوم يساوي: 7×10^{10} Pa).

الحل:

$$A = \pi r^2$$

$$A = 3.14 \times (\frac{3}{2} \times 10^{-3})^2 = 7.07 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$F = mg = 50 \times 9.8 = 490 \text{ N}$$

$$\because Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta L}{L_0}}$$

$$\Delta L = \frac{L_0}{Y} \times \frac{F}{A}$$

$$= \frac{4 \times 490}{7 \times 10^{10} \times 7.07 \times 10^{-6}} = 3.96 \times 10^{-3} \text{m}$$

$$= 3.96 \text{ mm}$$

مثال:

يسلط ضغط مقداره 2×10^{6} Pa على عينة من الزئبق فيتقلص بمقدار 0.008% . احسب المعامل الحجمي للزئبق.

الحل:

$$B=\frac{P}{\frac{\Delta V}{V_0}}$$
$$=\frac{2\times10^{6}}{0.008/100}$$
$$=2.5\times10^{10}\ \text{Pa}$$

الضغط (P):

هو القوة العمودية المؤثرة على وحدة المساحات من السطح، ويعطى بالعلاقة:

$$P=\frac{F}{A}$$

حيث F القوة العمودية، A مساحة السطح.

ويقاس الضغط بوحدة باسكال (Pa)، حيث: $1\text{Pa}=1\text{N}/\text{m}^2$.

مثال:

أ- يقف شخص وزنه 500 N على جليد لبركة متجمدة بحيث أن قدميه ملاصقة لمساحة $0.05\ \text{m}^2$ من الجليد، فما هو الضغط المسلط على الجليد؟

ب- إذا علمت أن الجليد سوف ينهار عند ضغط مقداره 16000 Pa، فكم هو وزن الشخص اللازم لحصول انهيار الجليد باعتبار نفس مساحة الاتصال السابقة ؟

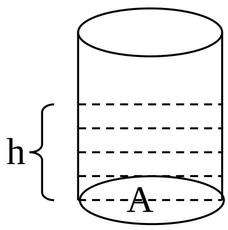
الحل:

أ- $P=\frac{F}{A}=\frac{500}{0.05}=10000\,\text{Pa}=10\,\text{k}\,\text{Pa}$

ب- $F=PA=16000\times0.05=800\,\text{N}$

زيادة الضغط مع العمق:

لحساب الضغط المسلط من عمود السائل الذي طوله h على المساحة السفلية A في الشكل المجاور، نطبق العلاقة:



$$P = \frac{F}{A}$$

حيث F القوة العمودية على المساحة A، وهي تساوي وزن عمود السائل، أي أن:

$$\begin{aligned} F &= mg \\ &= Vdg \end{aligned}$$

$$F = hAdg$$

حيث V: حجم عمود السائل، d: كثافة السائل.

$$\therefore P = \frac{hAdg}{A}$$

$$P = hdg$$

والعلاقة تبين زيادة الضغط مع زيادة العمق ومع زيادة كثافة السائل.

وإذا أردنا حساب الضغط الكلي P_t المؤثر على المساحة السفلية A فإننا نضيف الضغط الجوي P_0 (لأن الإناء مفتوح) إلى ضغط عمود السائل، أي أن:

$$P_t = P_0 + P$$

$$P_t = P_0 + hdg$$

ومن المعروف أن الضغط الجوي في الظروف القياسية يساوي: $P_0 \cong 1.013\times10^5$ Pa وهذه تمثل ضغط عمود من الزئبق ارتفاعه 76 cm كما هو موضح في المثال التالي:

مثال:

أوجد ضغط عمود من الزئبق ارتفاعه 76 cm علماً أن كثافة الزئبق $13.6\ g/cm^3$.

الحل:

$$P = hdg$$
$$= 0.76\,m \times 13600\frac{kg}{m^3}\times 9.8\frac{m}{s^2}$$
$$\cong 1.01\times10^5\,Pa = 1atm$$

مثال:

ما هو الضغط الكلي في أسفل بركة سباحة عمقها 2 m ومملوءة تماماً بالماء.

الحل:

$$P_t = P_a + hdg$$
$$= 1.013\times10^5 + 2\times1000\times9.8$$
$$= 1.013\times10^5 + 19600$$
$$= 1209600\ Pa$$

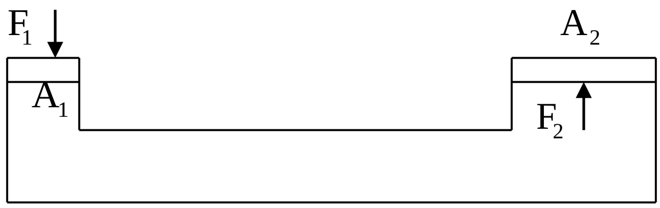
قاعدة باسكال:

بالنظر إلى أن الضغط متساوي عند جميع النقاط ذات العمق المتساوي في السائل، فإن أي زيادة في الضغط على السطح يجب أن تنتقل إلى أي نقطة في السائل بصورة متساوية وهو ما يسمى بقانون باسكال الذي ينص على الآتي:

"الضغط الخارجي المطبق على سائل ضمن وعاء مغلق ينتقل دون أي نقصان إلى جميع نقاط السائل وإلى جدران الوعاء المغلق".

وكتطبيق على قاعدة باسكال لدينا الرافعة الهيدروليكية المبينة في الشكل المجاور، حيث أن:

$$P_1 = P_2$$
$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$



مثال:

كرسي حلاقة موضوع على مكبس هيدروليكي قطره 10 cm بينما مساحة مكبس الرفع هي $10\,cm^2$. إذا كانت كتلة الكرسي والشخص الجالس هي 160 kg، فما هي القوة اللازم تطبيقها لرفع المكبس؟

الحل:

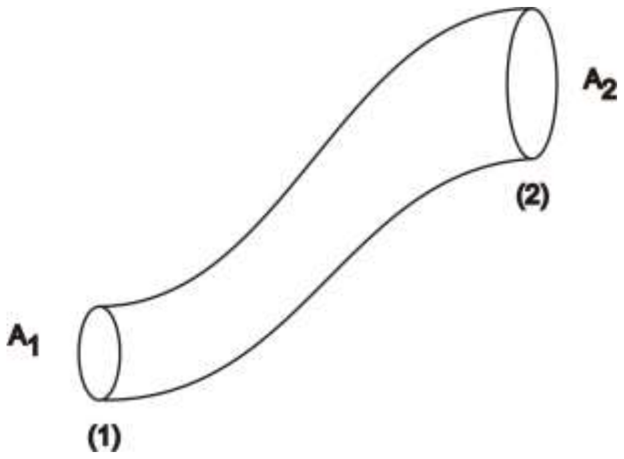
$$A_1 = 10\,cm^2 = 0.001\,m^2 \quad ; \quad F_1 = ?$$
$$r_2 = 5\,cm = 0.05\,m \Rightarrow A_2 = \pi r_2^2 = 3.14 \times (0.05)^2 = 7.85 \times 10^{-3}\,m^2$$

سريان الموائع

معادلة الاستمرار للجريان الانسيابي:

يُدعى المسار لأجزاء السائل الواقعة تحت تأثير الجريان الثابت بالخط الانسيابي والخطوط الانسيابية الممثلة للجريان الانسيابي لا تتقاطع كما هو مبين بالشكل المجاور. والنوع الآخر من الجريان هو المضطرب والذي تكون فيه خطوط الجريان متبرمة (دوارة) ويمكن أن تعاكس الاتجاه الأصلي للجريان، وهذا النوع من الجريان يحصل عند السرعات العالية أو بسبب وجود عائق أو حافة حادة خلال مسار السائل.

لنعتبر الأنبوب المبين في الشكل المجاور والذي يمر فيه سائل بجريان انسيابي بالاتجاه المبين. بما أن معدل الكتلة المارة خلال أي مقطع من الأنبوب هو كمية محفوظة، لذا فإن معدل الكتلة المار خلال المقطع (1) ، يكون مساوياً لمعدل الكتلة المار خلال المقطع (2).



أي أن :

$$\text{معدل الجريان الكتلي} = d_1A_1v_1 = d_2A_2v_2 = \text{constant}$$

حيث: d_1 ، d_2 تمثل الكثافة عند المقطع (1) و (2) على الترتيب .

v_1 ، v_2 تمثل السرعة عند المقطع (1) و (2) على الترتيب .

A_1 ، A_2 تمثل مساحة المقطع عند المقطع (1) و (2) على الترتيب .

وبالنسبة للسوائل غير قابلة للانضغاط كالماء مثلاً تكون قيمة الكثافة ثابتة، وبالتالي يكون معدل الجريان الحجمي Q ثابتاً، أي أن:

معادلة الاستمرار للسوائل غير قابلة للانضغاط

$$Q = A_1v_1 = A_2v_2 = \text{constant} \qquad \text{معدل الجريان الحجمي}$$

ويقاس معدل الجريان الحجمي Q بوحدة $(\frac{m^3}{s})$.

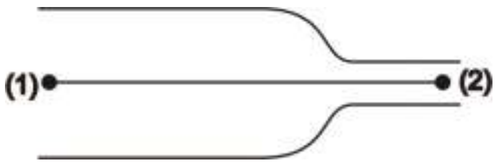
مثال:

أنبوب يسير فيه الماء بجريان انسيابي كما هو مبين بالشكل. احسب:

أ- السرعة عند الجزء الضيق من الأنبوب.

ب- ما هو معدل الجريان الحجمي.

جـ- ما هو معدل الجريان الكتلي.



الحل:

أ-

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$v_2 = \frac{v_1 A_1}{A_2} = v_1 \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2}$$

$$\therefore v_2 = v_1 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 1.8 \times \left(\frac{12.5}{9}\right)^2$$

$$\therefore v_2 = 3.5\ m/s$$

(ب) معدل الجريان الحجمي $Q = A_1 v_1 = A_2 v_2$

$$\therefore Q = 3.14 \times (12.5 \times 10^{-3})^2 \times 1.8$$

$$= 8.8 \times 10^{-4}\ m^3/s$$

(جـ)

معدل الجريان الكتلي $= d v_1 A_1 = d v_2 A_2$

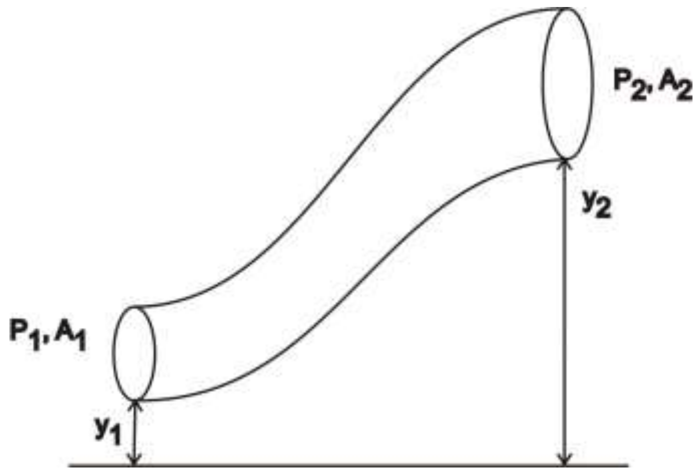
$$= 1 \times 10^3 \times 8.8 \times 10^{-4}$$

$$= 0.88\ kg/s$$

معادلة برنولي:

استطاع برنولي عام 1738م إثبات أن الضغط يتناسب عكسياً مع سرعة السائل للجريان الانسيابي. ويمكن اعتبار معادلة برنولي على أنها علاقة لحفظ الطاقة خلال حجم معين ثابت من السائل، والتي يمكن كتابتها بالرجوع إلى الشكل المجاور على الصورة:

$$P_1 + \frac{1}{2} d v_1^2 + d g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} d v_2^2 + d g y_2 = \text{constant}$$



وهذا يعني أن: مجموع الضغط والطاقة الحركية لوحدة الحجم $\frac{1}{2}dv^2$ والطاقة الكامنة لوحدة الحجم dgy هو كمية ثابتة عند جميع النقاط على خط الجريان الانسيابي للسائل. وكحالة خاصة للمعادلة برنولي عندما يكون السائل ساكناً، يكون لدينا: $v_1 = v_2 = 0$

$$P_1 - P_2 = dg(y_2 - y_1)$$

مثال:

للمثال السابق إذا كان الضغط عند الموضع (1) هو (51kPa)، فما هو الضغط عند الموضع (2)؟

الحل: بما أن $y_1 = y_2$ ، وكذلك $d_1 = d_2 = d$ ، لذا تكون معادلة برنولي:

$$P_1 + \frac{1}{2}dv_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}dv_2^2 = \text{constant}$$

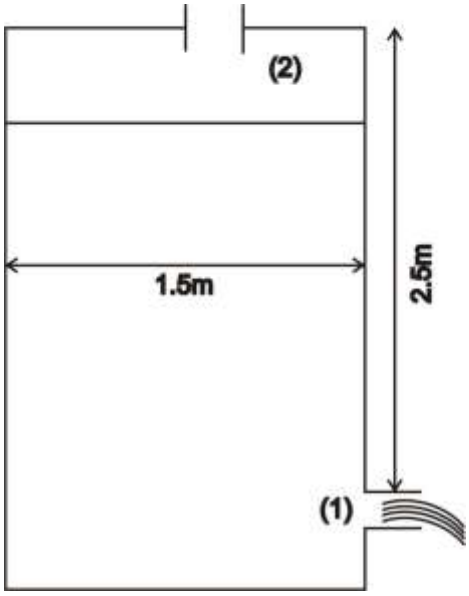
$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2}d(v_1^2 - v_2^2)$$

$$= 5.1\times10^3 + \frac{1}{2}\times10^3\left[(1.8)^2 - (3.5)^2\right]$$

$$= 4.7\times10^4 \ \text{Pa}$$

مثال:

خـزان مـاء قطـره الـداخلي (1.5m) وفتحـة قطرهـا (15mm) علـى الجانـب ويبتعـد مسـافة (2.5m) عن ارتفاع الماء في الخزان (انظر الشكل). ما هي سرعة الماء الخارج من الفتحة؟



الحل:

$$P_1 + dgy_1 + \frac{1}{2}dv_1^2 = P_2 + dgy_2 + \frac{1}{2}dv_2^2$$

الضغط على الموضعين (1) و (2) هو واحد، ويساوي الضغط الجوي. أي أن: $P_1 = P_2$.

وبما أن الكثافة واحدة، لذا تكون معادلة برنولي على الصورة :

$$gy_1 + \frac{1}{2}v_1^2 = gy_2 + \frac{1}{2}v_2^2$$

$$v_2A_2 = v_1A_1$$

$$v_2 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)v_1$$

$$= \left(\frac{0.015}{1.5}\right)^2 v_1$$

$$\therefore v_2 = 0.0001v_1 \cong 0$$

بالتعويض في المعادلة:

$$v_1^2 = 2g(y_2 - y_1)$$
$$= 2 \times 9.8 \times 2.5$$

$$v_1^2 = 49\ \frac{m^2}{s^2}$$

$$\therefore v_1 = 7\ m/s$$

الحرارة

الحرارة ودرجة الحرارة والطاقة الحرارية:

تعتبر الحرارة نوعاً من أنواع الطاقة المنتقلة بين النظام (الجسم مثلاً) والوسط المحيط فيه بسبب فرق درجة الحرارة بينهما. وتقاس الحرارة بالنظام العالمي للوحدات بوحدة الجول (J)، وهناك وحدة قديمة لقياس الحرارة وتسمى بالسعر (calorie) ويرمز لها بالرمز (.cal) وهي أكبر من الجول وتساوي: $1\ cal = 4.186\ J$

ويُعبَّر عن المقدار $4.186\ J/cal.$ بالمكافئ الميكانيكي للحرارة.

وتمثل درجة الحرارة مقياساً لمتوسط الطاقة الحركية لجزيئات النظام (الجسم) وتقاس بوحدة الكلفن (^0K) في النظام العالمي للوحدات، أو بوحدة سلسيوس (^0C) بالنظام المئوي أو بوحدة فهرنهايت (^0F) بالنظام الفهرنهايتي.

أما الطاقة الحرارية (الطاقة الداخلية) فهي تمثل الطاقة الناتجة عن جميع الجزيئات الموجودة في النظام (الجسم)، وتقاس بوحدة الجول.

المقاييس الحرارية:

ومن أشهرها مقياس درجةالحرارة الزئبقي ومقياس درجةالحرارة المعتمد على المقاومة الكهربائية.

والتدريجات المستخدمة في مقاييس درجةالحرارة هي على ثلاثة أنواع مشهورة، وهي:

1-التدريج المئوي $({}^{0}C)$

2-التدريج الفهرنهايتي $({}^{0}F)$

3-التدريج المطلق $({}^{0}K)$، وهو المستخدم في النظام العالمي للوحدات .

والعلاقات بين التدريجات الثلاثة هي:

$$T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32) \; ; \; T_F = \frac{9}{5}T_C + 32$$

$$T_C = T_K - 273 \; ; \; T_K = T_C + 273$$

حيث أن T_C , T_F , T_K تمثل درجات الحرارة في التدريج المئوي والفهرنهايتي والمطلق على الترتيب. وفيما يلي مقارنه بين درجات الحرارة في المقاييس الثلاثة :

مثال:

درجة حرارة غرفة هي $(77\,{}^{0}F)$، ما هي الدرجة بالتدريج المئوي؟

الحل:

$$T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32) = \frac{5}{9}(77 - 32) = 25\,{}^{0}C$$

مثال:

ما هي درجة الحرارة على التدريج الفهرنهايتي في يوم تكون فيه درجة حرارة الطقس $-10\,{}^{0}C$؟

الحل :

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32$$

$$= \frac{9}{5} \times -10 + 32 = 14\,{}^{0}F$$

مثال:

إذا كانت درجة الحرارة على التدريج المئوي -70^0C ، فما هي الدرجة على التدريج المطلق؟

الحل:

$$T_K = T_C + 273$$
$$= -70 + 273 = 203\ ^0K$$

السعة الحرارية النوعية (c):

هي كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة وحدة الكتل من المادة درجة مئوية (أو مطلقة) واحدة. ووحدتها: $\frac{cal}{g.^0C}$ أو بالنظام العالمي $\frac{J}{kg.^0K}$

فمثلاً الحرارة النوعية للماء هي: $c_w = \frac{4186\,J}{kg.^0K} = \frac{1cal.}{g.^0C}$

وهذا معناه أن كتلة من الماء قدرها 1g تحتاج أن تكتسب حرارة قدرها 1 cal. كي ترتفع درجة حرارتها درجة مئوية واحدة. أو أن 1 kg من الماء يحتاج أن يكتسب حرارة قدرها 4186 J كي ترتفع درجة حرارته درجة مطلقة واحدة.

والسعة الحرارية النوعية للحديد هي $450\frac{J}{kg.^0K}$ وللرمل $820\frac{J}{kg.^0K}$ وللخشب $1680\frac{J}{kg.^0K}$ وعلى ضوء التعريف أعلاه نستطيع حساب الحرارة اللازمة (ΔQ) لرفع درجة حرارة كتلة من المادة (m) درجة حرارة مقدارها ΔT من العلاقة التالية:

$$\Delta Q = mc\Delta T$$

حيث c السعة الحرارية النوعية للمادة، ΔT تمثل الفرق بين درجة الحرارة الابتدائية والنهائية.

مثال:

ما هي الحرارة اللازمة لتسخين 20 g من الماء من 30^0C إلى 90^0C ؟

الحل:

السعةالحرارية النوعية للماء هي $1\dfrac{cal}{g.^0C}$

$$\begin{aligned}\Delta Q &= m\,c\,\Delta T\\ &= 20\times 1\times 60\\ &= 1200\,cal. = 1200\,cal.\times 4.186\frac{J}{cal.} = 5032\,J\end{aligned}$$

مثال:

طفل كتلته 30 kg ودرجة حرارته $39\,^0C$. كم هي الحرارة اللازم إزالتها من جسم الطفل لتصبح درجة حرارته $37\,^0C$ علماً أن السعةالحرارية النوعية لجسم الإنسان $3470\dfrac{J}{kg.^0K}$؟

الحل:

$$\begin{aligned}\Delta Q &= m\,c\,\Delta T\\ &= 30\times 3470\times(37-39)\\ &= -2.1\times 10^5\,J\end{aligned}$$

قياس السعة الحرارية النوعية بطريقة الخلط:

عندما يتم خلط مادتين مختلفتين في درجة الحرارة، والتي تدعى بدرجة التوازن T. ويمكن بالتالي أن نكتب العلاقة التالية على اعتبار أن $T_2 > T_1$.

كمية الحرارة المفقودة = كمية الحرارة المكتسبة

$$Q_{in.} = Q_{out}$$

$$m_1c_1(T-T_1) = m_2c_2(T_2-T)$$

حيث T_1, c_1, m_1 الكتلة والسعة الحرارية النوعية ودرجة الحرارة للمادة الأولى.

T_2, c_2, m_2 الكتلة والسعة الحرارية النوعية ودرجة الحرارة للمادة الثانية.

مثال:

يحتوي إبريق ترمس على 300 g من الماء عند درجة $90\,^0C$. صُبَّ في هذا الإبريق 50 g من الماء عند درجة حرارة $15\,^0C$. ما هي درجة الحرارة النهائية للخليط؟

الحل:

كمية الحرارة المفقودة = كمية الحرارة المكتسبة

$$m_1c(T-15)=m_2c(90-T)$$

$$50(T-15)=300(90-T)$$

$$T-15=540-6T$$

$$7T=555$$

$$\therefore T=\frac{555}{7}=79.3\,^0C$$

مثال:

وعاء معزول من الألمنيوم كتلته $20\ g$ يحتوي على $150\ g$ من الماء عند درجة $20\,^0C$. سُخنت قطعة من المعدن كتلتها $30\ g$ إلى درجة $100\,^0C$ ثم أسقطت في الماء. فإذا كانت درجة الحرارة النهائية للماء والوعاء وقطعة المعدن هي $25\,^0C$، فما هي السعة الحرارية النوعية للمعدن؟

الحل:

الحرارة المفقودة بواسطة المعدن=الحرارة المكتسبة بواسطة الماء+الحرارة المكتسبة بواسطة الوعاء

$$20\times0.21\times5+150\times1\times5=30\times c\times75$$

$$21+750=2250c$$

$$771=2250c$$

$$\therefore c=\frac{771}{2250}=0.343\ \frac{cal.}{g.\,^0C}$$

الحرارة الكامنة للانصهار والتبخر:

عندما تتغير حالة المادة من الصلبة إلى السائلة أو من السائلة إلى الغازية فإن ذلك يتم بعد تزويد المادة بطاقة حرارية كافية لتغير حالتها والذي يحصل مع ثبات درجة الحرارة. ولحساب مقدار الحرارة (Q) لإجراء التحول المطلوب لكتلة من المادة m نستخدم العلاقات التالية:

أولاً:

الحرارة اللازمة لتحول المادة من الصلب إلى السائل (أو العكس):

$$\Delta Q = mL_f$$

حيث L_f الحرارة الكامنة للانصهار ووحدتها $\frac{J}{kg}$ أو $\frac{cal.}{g}$.

ثانياً:

الحرارة اللازمة لتحول المادة من السائل إلى الغاز (أو العكس):

$$\Delta Q = mL_v$$

حيث L_v الحرارة الكامنة للانصهار ووحدتها $\frac{J}{kg}$ أو $\frac{cal.}{g}$.

مثال:

وعاء يحتوي على كتلة من الماء مقدارها 0.25 kg بدرجة حرارة $20\,^0C$. يُوضع الوعاء في مجمدة (Freezer). احسب الحرارة اللازم إزالتها من الماء كي يتحول إلى ثلج بدرجة $0\,^0C$ إذا علمت أن الحرارة الكامنة لانصهار الماء هي $334\frac{kJ}{kg}$ والسعة الحرارية النوعية للماء هي $4.2\frac{kJ}{kg}$؟

الحل:

$$\begin{aligned}\Delta Q &= mc(T_f - T_i) + (-mL_f) \\ &= 0.25 \times 4.2 \times 10^3 (0-20) + (-0.25 \times 334 \times 10^3) \\ &= -2.1 \times 10^4 - 8.35 \times 10^4\end{aligned}$$

التمدد الحراري

التمدد الحراري الطولي:

تعتبر درجة الحرارة مقياساً للطاقة الداخلية لجزيئاتها. وعند رفع درجة حرارة السائل او الصلب تزداد طاقة جزيئاته وبالتالي تزداد سعة اهتزازها, وهذا يؤدي الى زيادة متوسط المسافة بين كل جزيء والجزيئات المجاورة. أي أن السائل أو الصلب يتمدد عند رفع درجة الحرارة.

يعرف معامل التمدد الحراري الطولي α بأنه الزيادة في الطول لوحدة الأطوال من المادة نتيجة لتغير درجة الحرارة درجة واحدة. ويكتب هذا التعريف على هيئة معادلة كالتالي:

$$\alpha = \frac{\Delta L/L}{\Delta T}$$

أي أنه إذا تمدد قضيب طوله L بمقدار ΔL نتيجة لرفع درجة الحرارة بمقدار ΔT, فإن قيمة α تعطى بالمعادلة السابقة. ووحدة α هي C^{-1} أو K^{-1} [5].

مثال:

قضيب من النحاس طوله (1m) ما مقدار الزيادة في طوله عند ارتفاع درجة حرارته بمقدار 50 درجة عن درجة حرارة الغرفة علماً أن معامل التمدد الطولي للنحاس يساوي ($1.9 \times 10^{-5}\ {}^{0}C^{-1}$)؟

الحل:

$$\alpha = \frac{\Delta L/L}{\Delta T}$$

$$\Delta L = \alpha L \Delta T$$

$$= 1.9 \times 10^{-5} \times 1 \times 50$$

$$= 0.00095\, m$$

التمدد الحراري الحجمي:

معامل التمدد الحجمي: هو التغير النسبي في الحجم لكل درجة حرارة, ويكتب في صورة معادلة كالآتي:

$$\gamma = \frac{\Delta V/V}{\Delta T}$$

حيث ΔV هو مقدار التغير في الحجم V الحاصل بسبب تغير في درجة الحرارة مقداره ΔT , ووحدة المعامل γ هي نفسها وحدة α وتساوي $^{0}C^{-1}$ أو $^{0}K^{-1}$.

مثال:

كرة من الألمونيوم حجمها ($113\ mm^3$) عند درجة الحرارة ($100\ {}^{0}C$). غماهو حجمها عند درجة ($0^{0}C$) إذا كان معامل التمدد الحجمي للألومنيوم ($7.2 \times 10^{-5}\ {}^{0}C^{-1}$)؟

الحل:

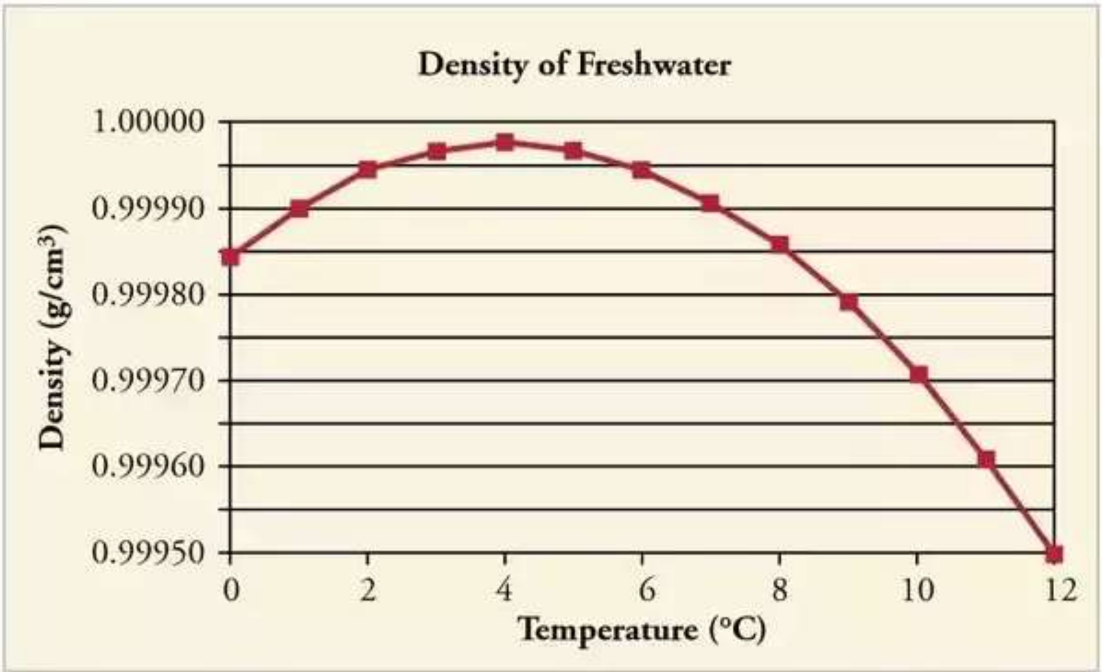
$$\gamma = \frac{\frac{\Delta V}{V}}{\Delta T} \rightarrow \Delta V = \gamma \Delta T V$$

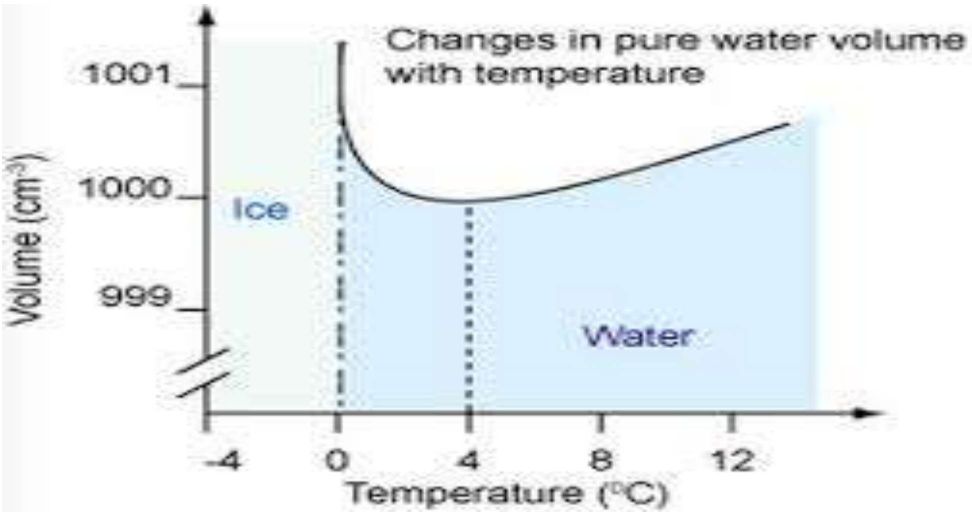
$$\Delta V = 7.2 \times 10^{-5} \times 113 \times 100 \equiv 0.81\mathbf{mm}^3$$

بما أن الحجم عند درجة (0^0C) هو أقل عما هو عليه في درجة ($100\ ^0$C) , لذا يكون الحجم عند درجة (0^0C) هو:

$$V_0 = 113 - 0.8 = 112.2\mathbf{mm}^3$$

يعتبر سلوك الماء غير طبيعي. فهو يتمدد عند تسخينه فوق درجة حرارة $4\ ^0$C كما هو حاصل للمواد الأخرى .ولكنه ينكمش عند تسخينه من $0\ ^0$C ← $4\ ^0$C ← أقصى كثافة للماء عند $4\ ^0$ C كما هو مبين بالشكل الأسفل 1، وهذا مفيد للكائنات في الماء حيث تنخفض الطبقة بدرجة $4\ ^0$ C وترتفع الطبقة بالدرجة الأقل فيجمد السطح ويكون الأسفل غير متجمد وخصوصا إذا علمنا أن التوصيلية الحرارية للجليد هي حوالي أقل بمعامل 4 مقارنة للماء . ويسبب تمدد الماء عند انخفاض درجته عن $4\ ^0$C تشقق انابيب الماء المصنوعة من النحاس بسبب زيادة الحجم مع الاقتراب من درجة تجمد الماء كما هو مبين بالشكل الأسفل 2 .





انتقال الحرارة

طرق انتقال الحرارة:

تنتقل الحرارة من مكان أو من جسم الى أخر بثلاث طرق مختلفة وهي: التوصيل والحمل والإشعاع

أولاً: انتقال الحرارة بالتوصيل:

يحدث التوصيل الحراري عندما يكون هنالك فرق في درجة الحرارة خلال المادة حيث وجد عملياً أن معدل الجريان الحراري خلال المادة يتناسب طردياً مع الفرق في درجتي حرارة نهايتها. كذلك يعتمد معدل الجريان الحراري على حجم وشكل المادة.

ويمكن كتابة معدل الجريان الحراري ΔQ بالعلاقة:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{KA(T_1 - T_1)}{L}$$

حيث A مساحة مقطع الجسم

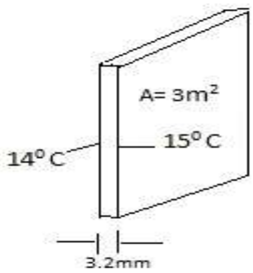
L المسافة بين نهايتي الجسم

T_1 و T_2 درجتي الحرارة لنهايتي الجسم $(T_1 > T_1)$.

K ثابت التوصيل الحراري للمادة و وحدته هي: $\frac{cal}{cm.s\,C}$ أو $\frac{J}{m.s\,C}$.

مثال:

احسب معدل انتقال الحرارة خلال نافذة منزل أبعادها $(2m \times 1.5m)$ وسمكها (3.2 mm). إذا كانت درجتي الحرارة على السطحين الداخلي والخارجي هي 15^0 C و 14^0 C على الترتيب و ثابت التوصيل الحراري للزجاج هو: $\frac{0.84J}{ms\,C}$



الحل:

$$A = 2 \times 1.5 = 3m^2$$
$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{KA(T_1 - T_1)}{L}$$
$$= \frac{0.84 \times 3 \times (15 - 14)}{3.2 \times 10^{-3}} = 790\frac{J}{s} \cong 0.19\frac{K\,cal}{s}$$

مثال:

قضيب من النحاس الأصفر مساحة مقطعه $2\ cm^2$ وطوله 1m . وضع أحد طرفي هذا القضيب في ماء يغلي ووضع الآخر على قطعة كبيرة من الثلج. ما هي كمية الثلج التي تنصهر بواسطة الحرارة المنتقلة من طرف الساخن للقضيب الى الطرف البارد خلال (10 min)؟ [ثابت التوصيل الحراري للنحاس = $\frac{0.2cal}{cm s C}$]

الحل:

كمية الحرارة المنتقلة خلال (10 min) = $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{KA(T_1 - T_1)}{L}$

$$\therefore Q = \frac{0.2 \times 2 \times 10 \times 60(100 - 0)}{100} = 240\,cal$$

وبما أن الحرارة الكامنة لانصهار الثلج L_f تساوي $\frac{80\ cal}{g}$ فتكون كمية الثلج المنصهرة m هي:

$$m = \frac{\Delta Q}{L_f} = \frac{240}{80} = 3g$$

ثانياً: انتقال الحرارة بالحمل:

تتميز السوائل والغازات بأنها نواقل جيدة للحرارة عن طريق الحمل. والحمل هو عملية انتقال الحرارة بواسطة حركة جزيئات الوسط من مكان إلى آخر حاملة معها الحرارة ولمسافات كبيرة من الوسط. وهناك نوعان من الحمل, الحمل الطبيعي والحمل الجبري.

ويحصل الحمل الطبيعي عندما يتحرك المائع (الهواء أو الماء) بسبب تغير درجة الحرارة من جسم آخر مجاور. وكمثال على ذلك نجد أن الهواء القريب من المدفأة المنزلية (الموجود في غرفة مغلقة) يسخن فتقل كثافته ويرتفع لأعلى وفي نفس الوقت ينزل الهواء البارد القريب من السقف وهكذا تستمر دورة تيار الحمل في الغرفة حتى تتجانس درجة حرارة الهواء في

داخلها. أما في حالة الحمل الجبري, فإن حركة المائع تتم بواسطة قوة ميكانيكية مثل المضخة خلال راديتر السيارة كي يتم تبريده والمروحة التي تدفع الهواء الساخن الى جميع أنحاء المنزل لغرض تدفئته.

ثالثاً: انتقال الحرارة بالإشعاع:

إن الحرارة التي تصل إلينا من الشمس لا تنتقل إلينا بالتوصيل أو الحمل. وذلك أن الفراغ الهائل بيننا وبين الشمس لا يحتوي تقريباً على أية جزيئات. ومن ثم فإن انتقال الحرارة خلال الفراغ يحصل بطريقة الاشعاع. والإشعاع هو جريان الحرارة من مكان إلى آخر بواسطة الموجات الكهرومغناطيسية.

إن معدل انتقال الحرارة بالإشعاع من الجسم الساخن يعطى بعلاقة تسمى قانون ستيفان وهي:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \sigma e A T^4$$

ووحدة المقدار $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ هي الواط (W)

حيث A تمثل المساحة السطحية للجسم

T تمثل درجة الحرارة المطلقة

e ثابت يسمى بالإشعاعية وتتراوح قيمته من الصفر الى الواحد بحسب المادة المشعة.

σ ثابت ستيفان وقيمته تساوي: $5.67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$

وإذا كان الجسم محاطاً بوسط (أو جسم آخر) درجة حرارته المطلقة T_0 , فإن محصلة انتقال الحرارة بالإشعاع من الجسم (بدرجة مطلقة T) هو:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \sigma e A (T^4 - T_0^4)$$

و قد أمكن إثبات أن الجسم الأسود (أي الذي لا يعكس الضوء) يشع كمية أكبر من الحرارة بالمقارنة مع الأجسام الأخرى ذات الانعكاسية الأعلى. وكقاعدة عامة يمكن القول أن الممتص الحراري الجيد هو مشع حراري جيد.