جامعة الملك سعود King Saud University	كلية العلوم – قسم الرياضيات الاختبار الشهري الأول للمقرر ريض 111 للفصل الاول	1441-1440 هـ الزمن: ساعة ونصف.

ملاحظه : ممنوع استخدام الالة الحاسبة.

السؤال الأول (8 درجات):

(1) استخدم مجموع ريمان لحساب التكامل المحدد $\int_0^2 (4x-3)\,dx$. (3 درجات)

(2) أوجد قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=4-x^2$ على الفترة $[0,3]$ (3 درجات)

(3) جد $F'(x)$ إذا كانت $F(x)=\int_{\ln(\sqrt{x})}^{\sqrt{x}} \frac{\sin t^2}{\sqrt{t^2-1}}dt$. (درجتان)

السؤال الثاني (4 درجات): احسب $\frac{dy}{dx}$ فيما يلي :

(1) $y=x^2\sin^{-1}\left(\sin\left(e^x\right)\right)$ (درجتان)

(2) $y=\ln\left(\frac{e^x\cot(x^2)}{\cos(2x)}\right)$ (درجتان)

السؤال الثالث (13 درجة): احسب التكاملات التالية :

(1) $\int \frac{x-1}{\sqrt[4]{x}}\,dx$ (درجتان)

(2) $\int \frac{1}{\sqrt{e^{2x}-9}}\,dx$ (3 درجات)

(3) $\int x\sec^2\left(x^2\right)dx$ (درجتان)

(4) $\int \frac{e^{2x}}{e^x+3}\,dx$ تلميح استخدم التعويض $u=e^x+3$ (درجتان)

(5) $\int \frac{e^{2\ln x}}{x^3}\,dx$ (درجتان)

(6) $\int 2x^2\,4^{x^3}\,dx$ (درجتان)

Scanned by CamScanner

السؤال الاول

(1)

$f(x) = 4x - 3$

$f(x_i) = 4x_i - 3$

$\Delta x = \frac{2-0}{n} = \frac{2}{n}$ (1)

$x_i = a + \frac{(b-a)i}{n}$

$x_i = \frac{2}{n} i$

$\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{8}{n} i - 3\right)\frac{2}{n}$

$= \frac{2}{n}\left[\frac{8}{n}\sum_{i=1}^{n} i - 3\sum_{i=1}^{n} 1\right]$ (1)

$= \frac{2}{n}\left[\frac{8}{n}\frac{n(n+1)}{2} - 3n\right]$

$= \frac{16}{2}\left[\frac{n}{n} + \frac{1}{n}\right] - 6$

$= 2 + \frac{8}{n}$

$\int_0^2 (4x-3)\,dx = \lim_{n\to\infty}$ (1) $2 + \frac{8}{n}$

$= 2$

(2)

$\int_0^3 (4 - x^2)\,dx = 3(4 - c^2)$ (2)

$\left[4x - \frac{x^3}{3}\right]_0^3 = 3(4 - c^2)$ (1)

$3 = 3(4 - c^2)$ (1)

$c^2 = 3 \;/\; c = \pm\sqrt{3}$

$\therefore c = \sqrt{3} \in (0,3)$ (1)

(3)

(1)

$f'(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{x-1}} \frac{1}{2\sqrt{x}}$

(1) $\frac{-\sin(\ln\sqrt{x})^2}{\sqrt{(\ln\sqrt{x})^2 - 1}} \frac{1}{2x}$

السؤال الثاني

(1)

(1)

$\frac{dy}{dx} = 2x \sin^{-1}(\sin(e^x)) + \frac{x^2 e^x \cos e^x}{\sqrt{1-(\sin e^x)^2}}$ (1)

(2) $y = \ln e^x + \ln(\cot x^2) - \ln(\cos(2x))$ (1)

$\frac{dy}{dx} = 1 - \frac{2x \csc(x^2)}{\cot(x^2)}$ (1)

$+ \frac{2\sin(2x)}{\cos 2x}$.

Scanned by CamScanner

السؤال الثالث

(3)

$$\int \frac{x-1}{\sqrt[4]{x}}\,dx = \int \frac{x}{x^{\frac{1}{4}}} - \frac{1}{x^{\frac{1}{4}}}\,dx \quad (1)$$

$$= \int \left(x^{\frac{3}{4}} - x^{-\frac{1}{4}}\right) dx \quad (1)$$

$$= 4\frac{x^{\frac{7}{4}}}{7} - 4\frac{x^{\frac{3}{4}}}{3} + C \quad (1)$$

(4)

$$\int \frac{(u-3)^2}{u}\,\frac{du}{(u-3)}$$

$$= \int \frac{u-3}{u}\,du \quad (\tfrac{1}{2})$$

$$= \int \left(1 - \frac{3}{u}\right) du$$

$$= u - 3\ln|u| + C \quad (\tfrac{1}{2})$$

$$= e^x + 3 - 3\ln|e^x + 3| + C$$

(5)

$$\int \frac{e^{\ln x^2}}{x^3}\,dx \quad (1)$$

$$= \int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C \quad (1)$$

(6)

$$\int 2x^2\, 4^{x^3}\,dx \quad (1)$$

$$\frac{2}{3}\int 3x^2\, 4^{x^3}\,dx$$

$$= \frac{2}{3}\frac{4^{x^3}}{\ln 4} + C \quad (1)$$

$$= \frac{2}{3}\frac{4^{x^3}}{\ln 4} + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{(e^x)^2 - 3^2}}\,dx \quad (2)$$

$$= \int \frac{e^x}{e^x\sqrt{(e^x)^2 - 3^2}}\,dx \quad (1\tfrac{1}{2})$$

$$= \frac{1}{3}\sec^{-1}\frac{e^x}{3} + C \quad (1\tfrac{1}{2})$$

(3)

$$\int x\sec^2(x^2)\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\tan(x^2) + C \quad (2)$$

(4)

$$\int \frac{e^{2x}}{e^x + 3}\,dx$$

$$u = e^x + 3 \;/\; du = e^x\,dx$$

$$\left(\tfrac{1}{2}\right)(u-3)^2 = e^{2x} \quad (\tfrac{1}{2})\; dx = \frac{du}{u-3}$$

Scanned by CamScanner