الوقت: ساعة ونصف.

الاختبار الشهري الثاني للمقرر 151 ريض للفصل الثاني 1439/1438 هـ

السؤال الأول (12 درجة):

(أ) لتكن R العلاقة المعرفة على مجموعة الأعداد الصحيحة $\mathbb{Z}$ كما يلي:

$m\ R\ n \Leftrightarrow 3$ يقسم العدد $(4m-n)$.

(i) اثبت أن R علاقة تكافؤ. (3 درجات)

(ii) أوجد $[0]$. (درجة)

(ب) لتكن $S=\{(a,a),(a,c),(b,a),(c,b)\}$ علاقة معرفة على المجموعة $A=\{a,b,c\}$

أوجد كلًا من الإغلاق التناظري و الإغلاق المتعدي لـ S . (3 درجات)

(ج) لتكن $T=\{(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(3,2),(3,3),(4,4)\}$ علاقة معرفة على المجموعة $E=\{1,2,3,4\}$.

(i) اثبت أن T علاقة ترتيب جزئي. (3 درجات)

(ii) هل T علاقة ترتيب كلي ؟ (برّر إجابتك). (درجة)

(iii) أوجد شكل هاس للعلاقة T . (درجة)

السؤال الثاني (5 درجات):

(أ) ليكن B جبرا بوليا و ليكن $x,y \in B$. أثبت أن :

$x+y=xy$ إذا وفقط إذا كان $x=y$. (3 درجات)

(ب) اكتب الدالة البولية $f(x,y,z)=(x+yz')(xy'+z)$ على شكل CSP . (درجتان)

السؤال الثالث (8 درجات):

لتكن $g(x,y,z)=x'z'+yz'+xyz+xy'z$ دالة بولية.

(i) أوجد شكل كارنو لـ g . (درجة)

(ii) اكتب الدالة g على شكل MSP . (درجتان)

(iii) اكتب الدالة g على شكل MPS . (درجتان)

(iv) صمم شبكة عطف وفصل أصغرية مخرجها الدالة g . (درجة)

(v) صمم شبكة مخرجها الدالة g باستخدام بوابات نفي العطف فقط. (درجة)

(vi) صمم شبكة مخرجها الدالة g باستخدام بوابات نفي الفصل فقط. (درجة)

Scanned by CamScanner

للفصل الثاني 1438 / 1439 هـ

السؤال الأول (12 درجة)

(أ) (i) R انعكاسية على $\mathbb{Z}$ لأن عندما نأخذ $m \in \mathbb{Z}$

$3 \mid (4m - m) = 3m$ و بالتالي $m R m$ ①

R تناظرية على $\mathbb{Z}$ لأن عندما نأخذ $m, n \in \mathbb{Z}$

و نفترض أن $m R n$ فإن $3 \mid (4m - n)$ يعني

$k \in \mathbb{Z}$ حيث $4m - n = 3k$

$16m - 4n = 12k$

$4n - 16m = -12k$

$4n - m = 15m - 12k = 3(5m - 4k)$

$= 3L$

و بالتالي $3 \mid (4n - m)$ ①

إذن $n R m$.

R متعدية على $\mathbb{Z}$ لأن عندما نأخذ $m, n, p \in \mathbb{Z}$

و نفترض أن $m R n$ و $n R p$ فلنثبت أن $m R p$

(1) $k \in \mathbb{Z}$ حيث $4m - n = 3k \Rightarrow 3 \mid (4m - n)$ يعني $m R n$

(2) $k' \in \mathbb{Z}$ حيث $4n - p = 3k' \Rightarrow 3 \mid (4n - p)$ يعني $n R p$

بالجمع $4m - n + 4n - p = 3(k + k')$

$4m - p = 3(k + k' - n) = 3X$ ①

حيث $X \in \mathbb{Z}$

إذن $3 \mid 4m - p$ يعني $m R p$.

بما أن R انعكاسية، تناظرية ومتعدية فإن R علاقة تكافؤ على $\mathbb{Z}$.

(ب) (ii)

$$[0] = \{ m \in \mathbb{Z} / m R 0 \}$$
$$= \{ m \in \mathbb{Z} / 3 \mid 4m \}$$
$$= \{ m \in \mathbb{Z} / 4m = 3k \ (k \in \mathbb{Z}) \}$$
$$= \{ m \in \mathbb{Z} / m = 3(k - m) \}$$
$$= \{ 0 ; \pm 3 ; \pm 6 ; \pm 9 ; \pm 12 ; \dots \}$$ ①

Scanned by CamScanner

(ب) الانغلاق التناظري $\sigma(S) = S \cup S^{-1}$

① $\sigma(S) = \{(a,a); (a,c); (b,a); (c,b); (c,a); (a,b); (b,c)\}$

الانغلاق المتعدي $\tau(S) = S \cup S^2 \cup S^3$

$S = \{(a,a); (a,c); (b,a); (c,b)\}$

$S^2 = \{(a,a); (a,c); (a,b); (b,a); (b,c); (c,a)\}$

$S^3 = \{(a,a); (a,c); (a,b); (b,a); (b,c); (c,a); (b,b); (c,c)\}$

② $t(S) = \{(a,a); (a,c); (b,a); (c,b); (b,b); (a,b); (b,c); (c,a); (c,c)\} = A \times A$

(ج) (i) T انعكاسية على E لأنها تحتوي على العلاقة القطرية $I_E = \{(1,1); (2,2); (3,3); (4,4)\}$ ①

T تخالفية على E لأن كل زوج ليس له نظير. ①

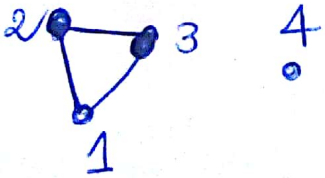
T متعدية على E لأن

① $T \circ T = \{(1,1); (1,2); (1,3); (2,2); (3,2)\} \subset T$

ونستنتج أن T هي علاقة ترتيب جزئي على E.

① (ii) T ليس علاقة ترتيب كلي لأنها لا تتمتع بخاصية المقارنة $4 \not\leq 3$ و $3 \not\leq 4$

(iv)



①

Scanned by CamScanner

السؤال الثاني (5 درجات)

(أ) $\Rightarrow$ إذا كان $x = y$ فإن $x+y = x+x = x$

(0,5) و $xy = x \cdot x = x$

و بالتالي $x+y = xy$

$\Leftarrow$ لدينا $x+y = xy$ فإن

(1) $x + x + y = x + xy$

(1) $x + y = x$ قاعدة الامتصاص

الآن لدينا $x+y = xy$ فإن

(1) $x + y + y = xy + y$

(2) $x + y = y$

(0,5) ونستنتج أن $x = y$

(ب)

$f = (x + yz')(xy' + z)$

$xx = x$

$yy' = 0$

$zz' = 0$

$f = xy' + xz + 0 + 0$;

$= xy'(z+z') + x(y+y')z$

$= xy'z + xy'z' + xyz + xy'z$

(2) $\boxed{Csp(f) = xy'z + xy'z' + xyz}$ و بالتالي

السؤال الثالث (8 درجات)

(i) $g = x'z' + yz' + xyz + xy'z$

$= x'(y+y')z' + (x+x')yz' + xyz + xy'z$

$= x'yz' + x'y'z' + xyz' + x'yz' + xyz + xy'z$

$\boxed{Csp(g) = x'yz' + x'y'z' + xyz' + xyz + xy'z}$

Scanned by CamScanner

(1)

	yz	y'z	y'z'	yz'
x	1	1	0	1
x'	0	0	1	1

(2)

$$Msp(g) = xz + xy + x'z' \quad (ii)$$

$$Msp(g') = x'z + xy'z' \quad (iii)$$

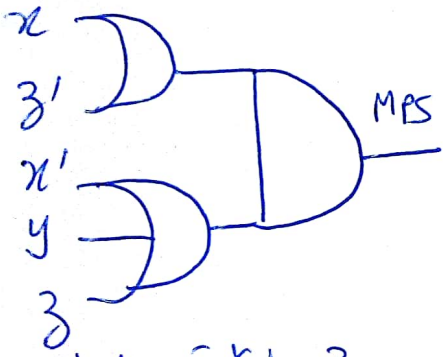
$$Mps(g) = (Msp(g'))'$$

(2)

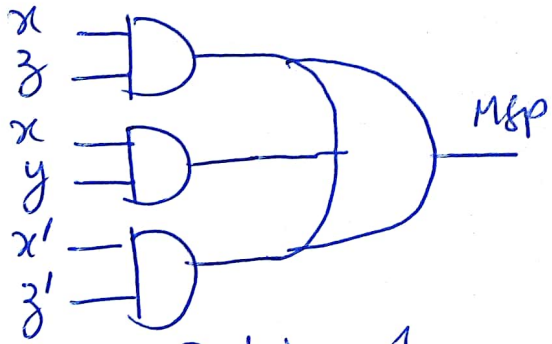
$$\boxed{Mps(g) = (x+z') \cdot (x'+y+z)}$$

(iv)

(1)



3 بوابات وبالتالي شبكة كهلفروفعل أصغر

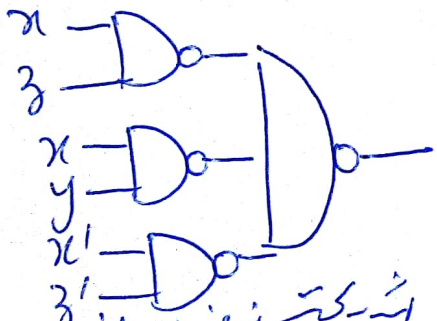


4 بوابات

$$Msp(g) = \left[(xz + xy + x'z')'\right]' \quad (v)$$

$$Msp(g) = \left[(xz)' \cdot (xy)' \cdot (x'z')'\right]'$$

(1)

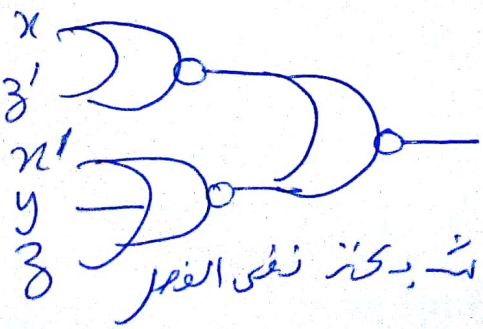


شبكة نفي العطف

$$MPS(g) = \left[\left((x+z')(x'+y+z)\right)'\right]' \quad (vi)$$

$$MPS(g) = \left[(x+z')' + (x'+y+z)'\right]'$$

(1)



شبكة نفي الفصل

Scanned by CamScanner