College of Science.
Department of Mathematics

كلية العلوم
قسم الرياضيات

Final Exam Academic
Year 1444-1445 Hijri- First Semester

Exam Information معلومات الامتحان			
Course name	**Number Theory**		اسم المقرر
Course Code	**Math 243 ريض 243**		رمز المقرر
Exam Date	**2023-12-10**	Click or tap to enter a date.	تاريخ الامتحان
Exam Time	**01: 00 PM**		وقت الامتحان
Exam Duration	**3 hours**	ثلاث ساعات	مدة الامتحان
Classroom No.			رقم قاعة الاختبار
Instructor Name			اسم استاذ المقرر

Student Information معلومات الطالب		
Student's Name		اسم الطالب
ID number		الرقم الجامعي
Section No.		رقم الشعبة
Serial Number		الرقم التسلسلي

General Instructions:

- Your Exam consists of 5 PAGES (except this paper)
- Keep your mobile and smart watch out of the classroom.
-

تعليمات عامة:

- عدد صفحات الامتحان 5 صفحة. (بإستثناء هذه الورقة)
- يجب إبقاء الهواتف والساعات الذكية خارج قاعة الامتحان.
-

هذا الجزء خاص بأستاذ المادة
This section is ONLY for instructor

#	Course Learning Outcomes (CLOs)	Related Question (s)	Points	Final Score
1	1.1	II, VIII		
2	1.2	I, III, IV		
3	2.1	VI, VII		
4	2.2	V		
5				
6				
7				
8				

EXAM COVER PAGE

King Saud University
Department of Mathematics

243
Final Exam, December 2023

NAME:

Group Number/Instructor's Name:

ID:

Question	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	Total
Grade									

I) Find all Pythagorean triples x, y, z (primitive and nonprimitive), with $x = 35$.

II) Find all integers x, with $\varphi(x) = 6$, where φ is the Euler function.

III) Define the Möbius function μ and prove that μ is multiplicative.

IV) If f is an arithmetic function such that $\dfrac{\sigma(n)}{n} = \sum_{d|n} f(d)$, where σ is the sum of divisors function, prove that f is multiplicative. Compute $f(8)$.

V) If $r_1, r_2, \ldots r_n$ is a complete set of residues modulo n, prove that $\sum_{i=1}^{n} r_i \equiv \frac{n(n-1)}{2} \pmod{n}$

VI) If the Mersenne number $M_n = 2^n - 1$ is prime, prove that n is prime. Is the converse true? Justify your answer.

VII) Prove that there are infinitely many primes p of the form $p = 6k + 5$.

VIII) If p and q are primes greater than 3, prove that $24|(p^2 - q^2)$.