جامعة الملك سعود | قسم الرياضيات | الفصل الأول ١٤٤١

الاختبار النهائي | ٢٤٣ ريض | الزمن: ٣ساعات

ملاحظة : رتب أجوبتك في الدفتر بحسب **ترتيب** ورود الأسئلة.

أغلق جميع جوالاتك و سلمها إلى المراقب.

الأسئلة:

١- لكل عدد فردي $k \geq 3$ أثبت وجود ثلاثي فيثاغورسي بدائي x, y, z بحيث $x = k$.

٢- لتكن $f(n) = \sum_{d|n} \varphi(d)\mu(d)$، حيث φ دالة أويلر و μ دالة موبياس.

(أ) أثبت أن f ضربية. (ب) احسب $f(72)$

٣- ليكن $r_1, r_2, \ldots, r_n$ نظام رواسب تام قياس n. أثبت أن

$\sum_{i=1}^{n} r_i \equiv \frac{(n-1)(n)}{2} \bmod n$ لكل $n \geq 1$.

٤- أوجد أصغر عدد صحيح $m > 3$ بحيث باقي قسمته على أي من الاعداد $4,6,8,9$ هو 3 دائماً، مع بيان تفاصيل الحل.

٥- إذا كان $(142)_9$ هو تمثيل العدد للأساس 9، فاحسب تمثيل نفس العدد للأساس 7.

٦- (أ) ما المقصود بعدد كارمايكل؟

(ب) إذا كان $n = p_1 p_2 p_3$ هو تحليل n إلى عوامله الأولية بحيث $(p_i - 1) | (n-1)$ لكل $1 \leq i \leq 3$ ، فأثبت أن n هو عدد كارمايكل. أعطِ مثالاً على ذلك.

٧- جد حلول المعادلة التطابقية $x^2 \equiv -1 \bmod 17$ مبيناً الخطوات.

٨- ليكن n عدداً تاماً زوجياً. أثبت أن مرتبة الآحاد للعدد n هي إما 6 أو 8.