Second Semester	**Final Exam**	**King Saud University**
(two pages)	**Time allowed: 3 hours**	**College of Science**
Sunday 13-9-1442	**240 Math**	**Math. Department**

تعليمات الاختبار المنزلي: (اقرأها بعناية)

١- رتب أجوبتك بحسب **ترتيب** ورود الأسئلة. نظم إجابتك وسلسل أفكار واكتب بلغة سليمة وواضحة.

٢- اكتب اسمك ورقمك وبريدك الإلكتروني على كل صفحة من صفحات الإجابة.

٣- على الطلاب ضرورة الاطلاع على كل ما يخص الاختبارات من تعليمات سواء عن طريق البريد الإلكتروني أو صفحة التعليمات في الاختبار.

٤- الالتزام بوقت بداية الاختبار المدرجة في البوابة وكذلك نهاية الاختبار المحددة مدته بثلاث ساعات فقط شاملة استلام الأسئلة.

٥- يجب تسليم إجابة الاختبار دون تأخير، وآخر موعد للاستلام هو الساعة ١٢:١٥ ظهرا (ويجوز أن يسلم الطالب إجابته قبل ذلك) ومن يتأخر عن موعد التسليم فلن يقبل منه، ويكون تسليم الإجابة عن طريق البريد الإلكتروني.

٦- يجب أن يتم إتمام الاختبار بشكل فردي ويحظر عرضه أو مناقشته مع أي شخص آخر، بما في ذلك (على سبيل المثال لا الحصر) الطلاب الآخرين في المقرر نفسه.

٧- يستخدم الكتاب كمرجع أساسي للطالب، وحينما يحتاج جزءا منه في الحل (نظرية أو تعريف أو مثال أو غير ذلك) فإنه يذكر نصه بالكامل وكيف استفاد منه ولا يكتفي بالرقم فقط (سواء رقم الصفحة أو النظرية أو التعريف أو المثال أو غير ذلك).

٨- عند طباعتك للأسئلة تأكد من أن كل شيء تمت طباعته بوضوح وذلك بمقارنتها بالأسئلة التي تم تحميلها من الجهاز.

٩- يمكن للطالب استخدام أي مادة متاحة يريدها، بما في ذلك العروض التقديمية ومذكرة المحاضرات والكتب والإنترنت، ويمنع نقل المعلومة كما هي، ولكن تكتب حسب فهم الطالب، وإلا ستعتبر اقتباسا يؤثر على درجة الطالب.

١٠- سيتم اعتماد أول نسخة من الإجابة تصل إلى أستاذ المقرر بالإيميل.

١١- سوف يتم النظر في جميع الحالات الطلابية التي لم تتمكن من أداء الاختبار المنزلي بعقد اختبار بديل لها في بداية الفصل الدراسي الأول من العام ١٤٤٣هـ والذي قد يكون حضوريا.

Q1: Let $A=\begin{bmatrix}1&1&0\\1&2&0\\0&1&1\end{bmatrix}$. Find:

(i) A^2. (2 marks)
(ii) $2A+I$. (2 marks)
(iii) A^T. (1 mark)
(iv) tr(A). (1 mark)
(v) the inverse of A. (3 marks)
(vi) $T_A(1,1,1)$. (1 mark)
(vii) the solution set of $Ax=0$. (2 marks)

Q2: Let V be the subspace of $\mathbb{R}^3$ **spanned** by the set S={v_1=(1, 2,2), v_2=(2, 4,4), v_3=(4, 9, 8)}. Find a **subset** of S that forms a basis for V. (4 marks)

Q3: Show that $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ is diagonalizable and find a matrix P that diagonalizes A. (8 marks)

Q4: Assume that the vector space $\mathbb{R}^3$ has the Euclidean inner product. Apply the Gram-Schmidt process to transform the following basis vectors (1,0,0), (1,1,0), (1,1,1) into an **orthonormal basis**. (8 marks)

Q5: Let $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ be the transformation defined by:
$T\left(x_1, x_2\right) = \left(x_1, x_2, x_1 + x_2\right)$.

(a) Show that T is a linear transformation. (3 marks)
(b) Show that T is one-to-one. (2 marks)
(c) Find $[T]_{S,B}$ where S is the standard basis for $\mathbb{R}^3$ and B={v_1=(1,1),v_2=(1,0)}. (3 marks)