بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الزمن: 3 ساعات
(يمنع استخدام الآلة الحاسبة)

مقرر نظرية الزمر (343 ريض)
الفصل الدراسي الثاني 1443هـ
الاختبار النهائي

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [20 درجة]

إذا كانت $g = (g_1, g_2, \sigma) \in G = \mathbb{Z}_{10} \times \mathbb{Z}_{13}^* \times S_{14}$ ، **حيث:**

$g_1 = 4\,;\quad g_2 = 5\,;\quad \sigma = (1,14,12,10,8,7,5,3)(2,9,11,6,8,10,12,14)$

فأجب عما يأتي:

(أ) اكتب σ **كحاصل ضرب تبديلات منفصلة.**

(ب) املأ الفراغات الآتية:

(1) $|g_1| =$ ... ... **(2)** $|g_2| =$ ... ... **(3)** $|\sigma| =$ ... ...

(4) $|g| =$ ... ... **(5)** $e =$ ... ... **(6)** $|\mathbb{Z}_{13}^*| =$ ... ...

(7) σ ... ... $\mathbb{A}_{14}$ **(8)** $< g > \cong$ ... ... **(9)** $Aut(< \sigma >) \cong$ ... ...

(10) $|N_{S_{14}}(\sigma)| =$ ... ... **(11)** $C_\sigma =$ ... ... **(12)** $|G| =$ ... ...

(ج) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يلي:

(1) $\mathbb{Z}_{13}^* \cong \mathbb{Z}_{12}$.

(2) إن $< \sigma >$ **زمرة بسيطة.**

(3) G **تملك زمرة سيلوجزئية من النوع** 3 **رتبتها** 3^5 .

(4) توجد $H < S_{14}$ **بحيث** $H \cong D_{45}$.

السؤال الثاني: [10 درجات]

(أ) أكتب نص كل من:

(1) مبرهنة سيلو الأولى.

(2) مبرهنة سيلو الثالثة.

(ب) برهن بالتفصيل أنه لا توجد زمرة بسيطة G **رتبتها** 56 .

السؤال الثالث: [10 درجات]

(أ) توجد خمس زمر مختلفة طبقاً لعلاقة التماثل « ≅ » كل منها رتبتها 8 **، فما هي ؟**

(ب) إذا كانت G **هي حاصل الضرب المباشر الداخلي للزمر** $N_1, N_2, \dots, N_k$ **وكانت** H **هي حاصل الضرب المباشر الخارجي للزمر** $N_1, N_2, \dots, N_k$ **فأثبت أن** $G \cong H$.

نسأل الله لكم التوفيق والسداد