بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الزمن: ساعة ونصف
(يمنع استخدام الآلة الحاسبة)

مقرر نظرية الزمر (343 ريض)
الفصل الدراسي الثاني 1443هـ
الاختبار الفصلي الثاني

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [12 درجة]

أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:

(أ) إذا كانت G زمرة غير إبدالية فإن: $|Aut(G)| > 1$

(ب) توجد زمرة غير إبدالية رتبتها 961 .

(ج) توجد زمرة بسيطة رتبتها $\sqrt{961}$.

(د) لا توجد زمرة غير إبدالية رتبتها 2^6 .

(هـ) إذا كانت $H, K \leq G$ ، حيث $|G| = 56$ و $|H| = 7$ و $|K| = 8$

فإنه يمكن استخدام « مبرهنة اختبار الدليل » لمعرفة كون G زمرة بسيطة أم لا.

السؤال الثاني: [13 درجة]

(أ) إذا كانت G زمرة فاملأ الفراغات الآتية:

(i) $Aut(G) =$ ... ...

(ii) $Inn(G) =$ ... ...

(iii) $G = \mathbb{Z} \Rightarrow |Inn(\mathbb{Z})| =$ ... ...

(iv) $G = \mathbb{Z}_{24} \Rightarrow |Aut(G)| =$ ... ... = ...

(v) $|G| = P^n \Rightarrow Z(G) \neq$ ... ...

(ب) إذا كانت $\sigma \in S_{14}$ ، حيث:

$$\sigma = (1,3,5)(2,6,5)(4,7)(8,7,14)$$

فأجب عما يلي:

(1) اكتب σ كحاصل ضرب تبديلات منفصلة.

(2) اكتب التفريق الدوري لـ σ^2 .

(3) احسب كلاً من $|N(\sigma^2)|$ و C_{σ^2} .

(4) هل $\sigma^3 \in \mathbb{A}_{14}$ أم لا ؟ مع التبرير.

(5) هل σ^2 و σ^3 مترافقتان في S_{14} ؟ ولماذا ؟

نسأل الله لكم التوفيق والسداد