بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الزمن: ساعة ونصف
(يمنع استخدام الآلة الحاسبة)

مقرر نظرية الزمر (343 ريض)
الفصل الدراسي الثاني 1442هـ
الاختبار الفصلي الثاني

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [12 درجة]

(أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:

(1) إن $Inn(\mathbb{Z}_n) = \{ I \}$ ، حيث $n \in \mathbb{Z}^+$.

(2) إن S_n زمرة غير بسيطة، حيث $2 < n$.

(3) توجد $\sigma \in S_{10}$ ، بحيث:

$$\sigma^{-1}(2,10)(4,5,8)\sigma = \alpha \in \mathbb{A}_{10}$$

(4) G زمرة غير إبدالية $\Leftarrow |Aut(G)| > 1$.

(ب) إذا كانت $G = S_4$ ، فأجب عما يلي:

(1) كم عدد أصناف الترافق في G ؟

(2) اكتب معادلة الفصل للزمرة G .

السؤال الثاني: [13 درجة]

(أ) أكتب نص كل من:

(1) مبرهنة كوشي.

(2) مبرهنة « اختبار الدليل ».

(ب) وظف الفقرة (أ) في اثبات العبارة الآتية:

لا توجد زمرة بسيطة G رتبتها P^n ، حيث $1 < n$

(ج) إذا كانت $G\big|_S$ ، حيث:

$$S = \{1,2,3,\dots,9\} \quad \text{و} \quad G =< \sigma = (1,3)(4,6,9) >$$

فاملأ الفراغات الآتية:

(1) $|G| =$ ... ...

(2) عدد مدارات S تحت تأثير G = ...

(3) $|G_4| =$ ... ...

(4) $\left|S_{\sigma^2}\right| =$ ... ...

نسأل الله لكم التوفيق والسداد