بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

مقرر 343 ريض
الفصل الدراسي الثاني 1441هـ
الواجب

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [12 درجات]

لتكن $G \leq S_8$ و $G = \langle \sigma , \tau \rangle$، حيث

$$\sigma = (1, 8)(2, 7)(3, 6)(4, 5) \ , \ \tau = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$$

(أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:

(1) $G \cong D_8$ إن

(2) $Z(G) = \{ (1) , \tau^4 \}$

(3) $| Inn(G) | = 8$

(4) يوجد تشاكل $\varphi : G \to G$ ، حيث $x\varphi = x^{-1}$

(ب) أملأ الفراغات الآتية:

(i) $\left|N_{S_8}(\sigma)\right| = \ldots$ **(ii)** $C_\sigma = \ldots$ **في** S_8 **عدد مرافقات** σ

(iii) $\tau \ldots \mathbb{A}_8$ **(iv)** $\mathbb{A}_8 \cup \mathbb{A}_8^c = \ldots$

السؤال الثاني: [8 درجات]

إذا كان $\Psi : G \to \overline{G}$ تماثلاً، فأجب عما يلي:

(أ) إذا كان $y \in G$ عنصراً رتبته 20 ، فاملأ الفراغ:

$| \Psi (y) | = \ldots$

(ب) متى يكون Ψ تماثلاً ذاتياً ؟

(ج) إذا كانت G رتبتها p^n، حيث $n \in \mathbb{Z}^+$ ، فمتى تكون G زمرة غير بسيطة ؟

(د) إذا كانت G منتهية وكانت $x_1 , \ldots , x_r$ ممثلات أصناف الترافق في G ، فاكتب معادلة الفصل لـ G.

السؤال الثالث: [10 درجات]

إذا كانت G زمرة بسيطة رتبتها 360 ، فأوجد عدداً m يقسم رتبة G ، ثم أثبت أن ذلك لا يقتضي وجود زمرة جزئية H في G رتبتها m.

أسأل الله لكم التوفيق والسداد