بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الزمن: ساعة ونصف
(يمنع استخدام الآلة الحاسبة)

مقرر نظرية الزمر (343 ريض)
الفصل الدراسي الأول 1442هـ
الاختبار الفصلي الثاني

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [11 درجة]

(أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:

(1) لا توجد زمرة G غير إبدالية رتبتها 361 .

(2) إن $\mathbb{A}_6$ زمرة غير إبدالية.

(3) إن $\sigma \in \mathbb{A}_7$ ورتبتها 3 ، حيث $\sigma = (1,2,3,4)(1,4,3,7)$

(4) عدد أصناف الترافق في S_6 يساوي 10

(ب) إذا كانت G زمرة منتهية وكانت $x_1, x_2, \dots, x_r$ ممثلات أصناف الترافق في G ، فاكتب معادلة الفصل للزمرة G .

(ج) إذا كانت $G = S_3$ ، فاكتب معادلة الفصل للزمرة S_3 .

السؤال الثاني: [8 درجات]

(أ) أكتب نص كل من:

(1) مبرهنة كوشي. (2) تعميم مبرهنة كيلي. (3) مبرهنة اختبار الدليل.

(ب) وظف الفقرة (أ) في اثبات أن G زمرة غير بسيطة، حيث $|G| = 221$ ، $(221 = 13 \cdot 17)$.

السؤال الثالث: [6 درجات]

(أ) متى نقول إن $G|_S$ (G تؤثر على S) ؟

(ب) إذا كانت $G|_S$ ، حيث:

$$G = <\sigma = (1,10)(3,8)(2,4,6)> \quad \text{و} \quad S = \{1,2,3,4,\dots,10\}$$

فاملأ الفراغات الآتية:

(1) عدد مدارات S تحت تأثير G = ... (مستخدماً مبرهنة بيرنسايد).

(2) S_G =..... **(3)** S_{σ^3} =..... **(4)** $4G$ =.....

(5) G_4 =..... **(6)** $[G : G_4]$ =..... **(7)** $|4G|$ =.....

نسأل الله لكم التوفيق والسداد