بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الزمن: ساعة ونصف
(يمنع استخدام الآلة الحاسبة)

مقرر نظرية الزمر (343 ريض)
الفصل الدراسي الثاني 1443هـ
الاختبار الفصلي الأول

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [10 درجات]

إذا كانت $U_n \subseteq \mathbb{Z}_n$ ، فأجب عما يلي:

(أ) أكمل الفراغ: $U_n = \{\ldots\ldots \mid \ldots\ldots\ldots\ldots\}$

(ب) أثبت أن $(U_n, \cdot)$ نظام مغلق بدون استخدام نظرية الأعداد.

(ج) إذا كان $n = 15$ في الفقرة (ب) فأملأ الفراغات الآتية:

(1) $U_{15} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

(2) $\prec 2 \succ = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

(3) $\prec 7 \succ = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

(4) إن: $U_n/_{\prec 2 \succ} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

(د) هل $\prec 2 \succ \cup \prec 7 \succ \leq U_{15}$ ؟ ولماذا ؟

(هـ) هل $\prec 2 \succ \cap \prec 7 \succ \leq U_{15}$ ؟ ولماذا ؟

السؤال الثاني: [10 درجات]

(أ) إذا كان $\varphi: G \to \bar{G}$ تشاكلاً نواته K فأملأ الفراغات الآتية:

(1) $H \leq G \Rightarrow \varphi(H) = \{\ldots\ldots \mid \ldots\ldots\ldots\ldots\}$

(2) $\bar{H} \leq \bar{G} \Rightarrow \varphi^{-1}(\bar{H}) = \{\ldots\ldots \mid \ldots\ldots\ldots\ldots\}$

(3) $K \trianglelefteq \ \ldots\ldots$

(4) $G/_K \cong \ \ldots\ldots$

(ب) إذا كان φ في الفقرة (أ) تشاكلاً غامراً فأثبت صحة ما يلي:

$$\bar{H} \leq \bar{G} \Rightarrow H = \varphi^{-1}(\bar{H}) \leq G$$

السؤال الثالث: [5 درجات]

عرف زمرة الرباعيات Q ، و مِن ثم أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يلي:

(أ) Q زمرة إبدالية.

(ب) $Z(Q) \neq \{e\}$

(ج) Q زمرة غير بسيطة.

نسأل الله لكم التوفيق والسداد