بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الزمن: ساعة ونصف
(يمنع استخدام الآلة الحاسبة)

مقرر نظرية الزمر (343 ريض)
الفصل الدراسي الثاني 1442هـ
الاختبار الفصلي الأول

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [12 درجة]

(أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:

(1) $N \trianglelefteq G \Rightarrow gn = ng, \forall g \in G \wedge n \in N$

(2) إن زمرة الرباعيات Q هي زمرة إبدالية.

(3) إذا كانت $H \leq G$ ، فإن: $HH = H$

(ب) إذا كانت $\Phi \neq H \subseteq G$ ، وكانت H مغلقة ومنتهية، فأثبت أن $H \leq G$

(ج) متى نقول إن G زمرة غير بسيطة؟

(د) إذا كانت G رتبتها P ، فأثبت أن G بسيطة.

السؤال الثاني: [13 درجة]

(أ) إذا كانت $G = GL(2, \mathbb{R})$ ، وكان $\varphi: G \to \mathbb{R}^*$ تطبيقاً،

حيث $\varphi(A) = |A| = det\ A$ ، فادرس φ من حيث كونه:

(1) تشاكلاً.

(2) تشاكلاً متبايناً.

(3) تشاكلاً غامراً.

(ب) إذا كان $\varphi: G \to \bar{G}$ تشاكلاً غامراً نواته K وكانت $H \trianglelefteq G$ و $K \subseteq H$ ،

فأجب عما يأتي:

(1) املأ الفراغ: $\bar{H} = \varphi(H) =$ ... ...

(2) أثبت أن $\bar{H} \trianglelefteq \bar{G}$

نسأل الله لكم التوفيق والسداد