بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود		مقرر نظرية الزمر (343 ريض)
كلية العلوم	**الزمن: ساعة ونصف**	الفصل الدراسي الأول 1442هـ
قسم الرياضيات	(يمنع استخدام الآلة الحاسبة)	الاختبار الفصلي الأول

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [9 درجات]

(أ) املأ الفراغين التاليين:

(1) $U_n = \{\ldots\ldots\ldots\}$ **(2)** $|U_n| = \ldots\ldots\ldots$

(ب) إذا كانت $G = U_{16}$ ، فاملأ الفراغات الآتية:

(1) $U_{16} = \{\ldots\ldots\ldots\}$ **(2)** $|U_{16}| = \ldots\ldots\ldots$ **(3)** $\langle 3\rangle = \{\ldots\ldots\ldots\}$

(4) $\langle 5\rangle = \{\ldots\ldots\ldots\}$ **(5)** $\left| G/\langle 3\rangle \right| = \ldots\ldots\ldots$ **(6)** $G/\langle 3\rangle = \{\ldots\ldots\ldots\}$

(ج) إذا كانت $G = U_{16}$ ، فأثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يلي:

(i) $\langle 3\rangle\langle 5\rangle \le G$ **(ii)** $\langle 3\rangle \cup \langle 5\rangle \le G$ **(iii)** $\langle 3\rangle \cap \langle 5\rangle \le G$

السؤال الثاني: [7 درجات]

(أ) إذا كان $a \in G$ ، فاملأ الفراغ الآتي:

ممركز a في G $= C(a) = N(a) = \{\ldots\ldots\ldots\}$

(ب) أثبت أن $N(a) \le G$ ، حيث $a \in G$ كما في (أ).

(ج) أكتب نص مبرهنة « مبدأ العد ».

(د) إذا كانت G رتبتها 323 فأثبت باستخدام مبدأ العد أن G لا تملك زمرتين جزئيتين مختلفتين، H و K مثلاً بحيث $|H| = |K| = 19$.

السؤال الثالث: [9 درجات]

(أ) إذا كانت $G = GL(2, \mathbb{R})$ ، وكان $\varphi : G \to \mathbb{R}^*$ تطبيقاً، حيث $\varphi(A) = \det A = |A|$، فادرس φ من حيث كون φ تشاكلاً متبايناً أم لا.

(ب) إذا كان $\varphi : G \to \overline{G}$ تشاكلاً نواته K ، فاملأ الفراغات الآتية:

(1) $G/K \cong \ldots\ldots\ldots$ **(2)** نُسمي مدى $\varphi = \varphi(G) \ldots\ldots\ldots$

(3) $(K \subset N) \wedge N \trianglelefteq G \Rightarrow \varphi(N) \trianglelefteq \ldots\ldots\ldots$

(ج) إذا كانت $A \trianglelefteq G$ و $B \trianglelefteq G$ ، فأثبت أن: $AB \trianglelefteq G$ علماً بأن: $AB \le G$.

نسأل الله لكم التوفيق والسداد