

أجب عن الأسئلة الآتية

س(١) : (أ) أثبت أن $S(n+1, k) = S(n, k-1) + kS(n, k)$ لكل عددين صحيحين موجبين n, k .
(درجتان)

(ب) إذا كان $n \geq 2$ عدداً صحيحاً، فأثبت أن $S(n, 2) = 2^{n-1} - 1$. (درجتان)

س(٢) : (أ) جد معامل $x^2y^3z^4$ في مفكوك $(x+y+z)^9$. (درجتان)

(ب) أثبت أن
$$\binom{m+n}{k} = \binom{m}{0}\binom{n}{k} + \binom{m}{1}\binom{n}{k-1} + \binom{m}{2}\binom{n}{k-2} + \dots + \binom{m}{k}\binom{n}{0}$$

(درجتان)

س(٣) : (أ) إذا كانت A, B مجموعتين بحيث $|A| = m, |B| = n$ فجد ما يلي :

(i) عدد العلاقات الثنائية من A إلى B . (درجة واحدة) (ii) عدد العلاقات التناظرية على A .
(درجتان)

(ب) جد عدد الحلول الصحيحة للمعادلة $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15$ إذا كان

$x_1 > -2, x_2 > -1, x_3 \geq 0, x_4 \geq 1$. (درجتان)

(ج) جد عدد الحلول الصحيحة الأنبية للمعادلتين $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 30$ و $x_1 + x_2 = 10$ إذا

كان

$x_k \geq 0$ لكل $1 \leq k \leq 5$. (درجتان)

س(٤) : (أ) جد عدد تباديل حروف الكلمة INDEPENDENCE بحيث

(i) E لا يجاور E . (درجة ونصف) (ii) P, I, C تكون متجاورة . (درجة ونصف)

(ب) إذا كانت $A = \{1, 2, \dots, m\}$ و $B = \{1, 2, \dots, n\}$ حيث $m < n$ فجد عدد التطبيقات

$f : A \rightarrow B$ التي تحقق ما يلي : $\forall x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$. (درجتان)