كلية العلوم
قسم الرياضيات

الفصل الثاني ١٤٢٨/١٤٢٩

٤٣٤ رض | الاختبار الفصلي الثاني | الزمن: ساعة ونصف

س١ جد حل المسألة التالية: $a_n - 3a_{n-1} + 2a_{n-2} = 2^n \quad \forall n \geq 2$

$a_0 = 1 \quad , \quad a_1 = -1$

س٢ جد حل المسألة التالية مستخدمًا الدوال المولِّدة:

$a_n = 2a_{n-1} + 3^{n-1} \quad \forall n \geq 1$

$a_0 = 1$

س٣ (أ) إذا كان $G = (V, E)$ رسمًا بحيث $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ فأثبت أن

$\deg v_1 + \deg v_2 + \cdots + \deg v_n = 2|E|$

(ب) إذا كانت $G_1, G_2, \ldots, G_m$ هي جميع مركبات الرسم G وكان G يحتوي على رأسين فرديين x, y علمًا بأن جميع الرؤوس الأخرى زوجية، فأثبت أنه يوجد G_i بحيث $x, y \in V(G_i)$

س٤ (أ) إذا كان $G = (V_1 \cup V_2, E)$ رسمًا ثنائي التجزئة بحيث

$V_1 = \{x_1, x_2, \ldots, x_m\} \quad , \quad V_2 = \{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$

فأثبت أن $\deg x_1 + \cdots + \deg x_m = \deg y_1 + \cdots + \deg y_n = |E|$

(ب) إذا كان G كما في الفقرة (أ) وكان منتظمًا فأثبت أن $m = n$

س٥ (أ) إذا كان $G = (V, E)$ رسمًا بسيطًا بحيث $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ وكان $n \geq 2$ فأثبت أنه يوجد رأسان v_i, v_j بحيث $\deg v_i = \deg v_j$.

(ب) بيِّن فيما إذا كان يوجد رسم بسيط متتالية درجاته هي:

$4, 3, 2, 1, 0$

س٦ (أ) إذا كان $G = (V, E)$ رسمًا بسيطًا بحيث $|V| = n$ و $|E| > \frac{n^2}{4}$

فأثبت أن G لا يمكن أن يكون ثنائي التجزئة

(ب) إذا كان G رسمًا بسيطًا وكانت الدرجة الصغرى لرؤوسه $\delta(G)$ تحقق $\delta(G) \geq 2$ فأثبت أن G يحتوي على دورة.