جامعة الملك سعود　　　　الاختبار الفصلي الثاني　　　　الفصل الأول 1439/1440هـ

كلية العلوم– قسم الرياضيات　　　　في المقرر 431 ريض　　　　الزمن: ساعة ونصف

السؤال الأول : (8 درجات)

(1) ليكن G رسما مستويا مترابطا عدد رؤوسه v و عدد أضلاعه e و طول أقصر دورة فيه يساوي k، حيث $k \geq 3$. أثبت أن $e \leq \frac{k}{k-2}(v-2)$. (3 درجات)

(2) ليكن H رسما مستويا لا يحتوي على مثلثات، عدد رؤوسه v و عدد أضلاعه e، حيث $e \geq 3$.

(أ) باستخدام السؤال **(1)** أثبت أنه إذا كان الرسم H مترابطا، فإن $e \leq 2v-4$. (درجة واحدة)

(ب) أثبت أن $e \leq 2v-4$. (درجتان)

(ج) أثبت أنه إذا كان $v \geq 9$، فإن الرسم $\overline{H}$ غير مستو. (درجتان)

السؤال الثاني : (10 درجات)

(1) (3 درجات) ليكن n عددا صحيحا موجبا . أثبت أن عدد التباديل التامة للمجموعة $\{1, 2, ..., n\}$ هو

$$d_n = n!(1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - ... + (-1)^n \frac{1}{n!})$$

(2) جد عدد التباديل f للمجموعة $\{1, 2, 3, ..., 4n+1\}$، حيث $n \geq 2$ عدد صحيح، في كل من الحالات التالية:

(i) f تترك بالضبط $2n$ عددا في أماكنها الطبيعية. (درجتان)

(ii) f تترك كل عدد زوجي في مكانه الطبيعي. (درجتان)

(iii) $f(\{1, 4n+1\}) = \{1, 4n+1\}$ ، $f(n) = 2n, f(2n) = n, f(2) = 2$ و f تترك بالضبط $2n$ عددا في أماكنها الطبيعية. (3 درجات)

السؤال الثالث : (7 درجات)

(1) (أ) جد معامل $x^4y^3z^4w^3$ في مفكوك $(x-2y+z+2w)^{14}$ (درجتان)

(2) (أ) جد عدد الحلول الصحيحة للمعادلة $x_1 + x_2 + x_3 = 17$ إذا كان $x_3 \geq 4$ ، $x_2 > 3$ ، $x_1 \geq 4$ (درجتان)

(ب) جد عدد الحلول الصحيحة للمعادلة $x_1 + x_2 + x_3 = 17$ إذا كان $0 \leq x_3 \leq 7$ ، $-3 \leq x_2 \leq 5$ ، $0 \leq x_1 \leq 7$ (3 درجات)