جامعة الملك سعود | الاختبار الفصلي الثاني | الفصل الداسي الأول ١٤٣٤/١٤٣٥ هـ

كلية العلوم- قسم الرياضيات | في المقرر ٤٣١ ريض | الزمن : ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

س(١): أثبت أن عدد التطبيقات الشاملة من مجموعة عدد عناصرها m إلى مجموعة عدد عناصرها n ، حيث $m \geq n$ ، يساوي

$$\sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \binom{n}{k} (n-k)^m$$

س (٢) (أ) أعط برهانا تركيبيا للمتطابقة: $\binom{5n}{2} = \binom{3n}{2} + \binom{2n}{2} + 6n^2$ ، حيث ٢ ≤ n عدد صحيح .

(ب) إذا كانت C_9 دورة في رسم، وإذا عنونت رؤوسها عشوائياً بالأعداد $1,2,...,9$ ، فأثبت أنه توجد ثلاثة رؤوس متعاقبة مجموع عناوينها أكبر من أو يساوي 15.

س (3)

(أ) جد عدد حدود مفكوك $(x+y+z+w)^{10}$.

(ب) جد معامل $x^3y^2z^4w$ في مفكوك $(x+y+z+w)^{10}$.

(ج) بكم طريقة يمكن تجزئة n^2 عنصرا مختلفا إلى n مجموعة تتكون كل منها من n عنصرا ؟

(د) جد عدد تباديل حروف الكلمة IRREGULAR بحيث :

(i) R لا يجاور R . (درجة ونصف)

(ii) لايظهـــر E على يمين G . (درجة و نصف)

(هـ) جد عدد الحلول الصحيحة للمعادلة $x_1+x_2+x_3+x_4=17$ إذا كان

$x_1 > -2, x_2 > 2, x_3 \geq 3, x_4 \geq 4$.

س (4) لتكن X مجموعة عدد عناصرها n ، حيث $n \geq 2$ ، وليكن p عدداً صحيحاً بحيث $n \geq p \geq 0$.

(أ) أوجد عدد تباديل المجموعة X التي تثبت بالضبط p عنصراً.

(ب) أوجد عدد العلاقات التناظرية التي يمكن تعريفها على X.

(ج) أوجد عدد العلاقات التخالفية R ، التي يمكن تعريفها على X ، بحيث $|R \cap \{(x,x) : x \in X\}| = p$.

(د) أوجد عدد عناصر المجموعة $\{(A,B) : A \subset B \subseteq X\}$.