**جامعة الملك سعود الاختبار النهائي الفصل الأول 1439/1440هـ**

**كلية العلوم- قسم الرياضيات في المقرر 431 ريض الزمن: ثلاث ساعات**

**ملحوظة:** كل  الرسوم المدروسة هنا هي رسوم بسيطة.

**السؤال الأول : ) 12 درجة(**

**(1)** (5 درجات) **(أ)**  أثبت أن عدد الرؤوس التي درجتها  في شجرة ذات رأسين او أكثر يساوي . **(ب)**  جد متتالية الدرجات لشجرة ، عدد رؤوسها16 ، والتي عدد رؤوسها من الدرجة  يساوي 3 ،

عدد رؤوسها من الدرجة  يساو ي 2 ، و . ) استخدم السؤال **(أ)** ( .

**(2)**  (7 درجات) ليكن  رسما منتظما من النوع  ، حيث  ، و عدد رؤوسه  .

(أ) أثبت أن العدد  هو عدد زوجي.

)ب) أثبت أن الرسم  لا يماثل متممه 

(ج) أثبت أنه إذا كان ، فإن الرسم  هو رسم هاملتوني.

(د) أثبت أنه إذا كان ، فإن الرسم  هو رسم هاملتوني.

**السؤال الثاني : ) 13 درجة(**

**(1)** (7 درجات) أوجد جميع قيم العدد الصحيح الموجب  لكل من الحالات التالية:

**(i)** يكون الرسم  أ ويلريا

**(ii)** يكون المضموم  رسما أ ويلريا

**(iii)** يكون المضموم  رسما أويلريا

**(iv)**  يكون الرسم   هاملتونيا.

**(v)** يكون الرسم  مستويا.

**(vi)** يكون المضموم  رسمامستويا.

**(vii)** يكون المضموم  رسماهاملتونيا.

**(2)**  (6 درجات) ليكن  رسما مستويا ، عدد رؤوسه  و عدد أضلاعه  ، و طول أقصر دورة فيه يساوي،

حيث  .

**(أ)**  أثبت أنه إذا كان الرسم  مترابطا، فإن 

**( ب)**  استنتج أن 

**) ج(** استنتج أن الرسم  غير مستو.

**السؤال الثالث : ) 8 درجات(**

**(1)**  (3 درجات) أثبت أن  ، حيث  و  عددان صحيحان موجبان

**2))** (3 درجات) أوجد عدد الحلول الصحيحة للمعادلة:  بحيث:

**( 3)**  (درجتان) باستخدام دالة مولدة أسية، أو جد عدد المتتاليات من الطول r ، المأخودة من المجموعة  *{ ,5 {1, 2,3,4* و التي يظهر فيها كل من 3 و 5 مرة واحدة على الأقل.

**السؤال الرابع :**  **) 7 درجات(**

**(1)** (4 درجات) **) أ)** أو جد صيغة مختصرة للدالة المولدة العادية للمتتالية  حيث  لكل  .

**) ب)** أوجد صيغة مختصرة للدالة المولدة العادية للمتتالية  حيث  لكل  .

**) ج)** استنتج صيغة مختصرة للدالة المولدة العادية للمتتالية  حيث  لكل  .

**) د)** استنتج صيغة مختصرة لقيمة العدد  لكل  .

**(2)** (3 درجات) استخدم دالة مولدة عادية لحل المسألة التالية: ، حيث  .