جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الفصل الدراسي الأول
العام الدراسي 1433\32
الاختبارالفصلى الثانى

الزمن: ساعتان
مقرر: 423 ريض

أجب عن الأسئلة الآتية:

السؤال الأول:

أ) أكتب معادلات ماكسويل ثم استنتج منها معادلة لابلاس والمعادلة الموجية وكذلك الحرارية ثم بين نوع كلا منها .

ب) بين أن حل المعادلة الموجية $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$ تحت الشروط الحدية $\psi(x,0)=\sin x,\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)_{t=0}=\frac{1}{\sqrt{x^2+x+1}}$ يمكن كتابته على الصورة :

$$\psi(x,t)=\sin x\cos ct+\frac{1}{2c}\left[\sinh^{-1}\{\frac{2}{\sqrt{3}}(x+ct)+\frac{1}{\sqrt{3}}\}-\sinh^{-1}\{\frac{2}{\sqrt{3}}(x-ct)+\frac{1}{\sqrt{3}}\}\right]$$

....

السؤال الثاني:

أ) أوجد الشرط الذى يجعل الدالة $\eta(x,y,z)=\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)+\sin(\alpha y)\cos(\beta z)$ دالة دورية.

ب) إذا كانت معادلة لابلاس فى الاحداثيات الكرتيزية تكتب على الصورة $\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}=0$, فبرهن على أن حلها فى الإحداثيات القطبية (r,θ) عن طريق فصل المتغيرات يكون على الصورة :
$\phi(r,\theta)=\left(Ar^n+Br^{-n}\right)\left(D\cos n\theta+E\sin n\theta\right)$.

....

السؤال الثالث:

أ) بين نوع كلا من المعادلات التفاضلية الآتية من حيث الدرجة والرتبة وما إذا كانت خطية أم غير خطية :

-1 $\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right)^3+(y^2+x^2)\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\varphi=0$

-2 $\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\varphi^{\frac{1}{2}}\frac{\partial\varphi}{\partial x}+y\varphi^{-\frac{1}{2}}=0$

-3 $\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}=\frac{1}{6}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}+5\frac{\partial\varphi}{\partial t}$

ب) أوجد حل المعادلة التفاضلية $a^2\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}+2K\frac{\partial\psi}{\partial t}$ و التى تحقق الشروط الحدية الآتية:

$$\psi(0,t)=0,\psi(b,t)=0,\frac{\partial\psi(x,0)}{\partial t}=0,\psi(x,0)=f(x)$$

....