جامعة الملك سعود	الفصل الدراسي الأول	الزمن: 3 ساعات
كلية العلوم	العام الدراسي 29\1430	مقرر: 423 ريض
قسم الرياضيات	الاختبار النهائي	

اجب عن الأسئلة الآتية:

السؤال الأول:

أ) احذف الثوابت a,b من المعادلة $z = ax^2 + by^2 + ab$ ومن ثم كون المعادلة التفاضلية

ب) كون المعادلة التفاضلية والتي حلها يكون على الصورة $\phi(x+y+z, x^2+y^2-z^2) = 0$

ج) أوجد حل المعادلة التفاضلية الآتية

$$y(y+z)dx + z(x+z)dy + y(y-x)dz = 0$$

....

السؤال الثاني:

أ) اكتب معادلات ماكسويل ثم استنتج منها كلا من معادلة لابلاس والمعادلة الموجية وكذلك المعادلة الحرارية ثم بين نوع كلا منها.

ب) بين أن حل المعادلة الموجية تحت الشروط الحدية $\psi(x,0) = 0, \left(\frac{\partial \psi}{\partial t}\right)_{t=0} = \frac{1}{1+x^2}$ يمكن كتابته على الصورة $\psi(x,t) = \frac{1}{2c}\left[\tan^{-1}(x+ct) - \tan^{-1}(x-ct)\right]$

ج) أذا كانت معادلة لابلاس في الإحداثيات الكرتيزية x,y على الصورة $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$ فبرهن على أن حلها في الإحداثيات القطبية r,θ عن طريق فصل المتغيرات يكون على الصورة $\phi(r,\theta) = (A\cos m\theta + B\sin m\theta)(Cr^m + Dr^{-m})$ حيث m ثابت.

....

السؤال الثالث:

أ) أوجد حل المعادلة التفاضلية الآتية

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} - 6\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = (x+y) + \sin(x-2y) + \exp(3x+y)$$

ب) برهن على أن الدالة $\phi(x,t)$ والتي تحقق المعادلة التفاضلية $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{1}{k}\frac{\partial \phi}{\partial t}$ طبقا للشروط الحدية $\phi(x,0) = 0,\ \ x\varepsilon[0,1] \quad \phi(1,t) = 1,\ \phi(0,t) = 0, \qquad t > 0$ يمكن كتابتها على الصورة

$$\phi(x,t) = x + \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-)^n}{n}\sin(n\pi x)\exp(-n^2\pi^2 kt)$$

....