جامعة الملك سعود كلية العلوم قسم الرياضيات	الاختبار النهائى 423 ريض	الفصل الثانى 1425 – 1426 الزمن: ثلاث ساعات

أجب على جميع الأسئله

1) اذا كانت $z = Axy + \frac{1}{2}\left(A^2 + 2\right)y^2 + \phi(x + Ay)$

حيث A, B ثوابت اختياريه و ϕ داله اختياريه، أوجد معادله تفاضليه جزئيه تمثل هذه الأسطح.

2) أوجد الحل العام للمعادله التفاضليه الجزئيه الآتيه

$$x(y-z)\frac{\partial z}{\partial x} + y(z-x)\frac{\partial z}{\partial y} + z(y-x) = 0$$

(مساعده : استفد من التماثل فى المعادله التفاضليه فى ايجاد كل من حلى المعادله التفاضليه الكليه المناظره .)

3) أوجد الحل العام للمعادله التفاضليه الجزئيه الآتيه $\frac{\partial^4 z}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} = y^3 e^{2y}$

4) أوجد الحل العام كذلك صنف المعادله التفاضليه الجزئيه الآتيه

$$\left(D_x^2 - D_x - 3D_y + D_x D_y - 6D_y^2\right)z = x^3$$

5) أوجد الحل العام للمعادله التفاضليه الجزئيه الآتيه $xZ_{,xy} = 1 + yZ_{,yy}$

6) حل المعادله التفاضليه الجزئيه الغير خطيه الأتيه مستعينا بالتعويض المعطى:

$$\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial y} + 2x^2 y\frac{\partial z}{\partial x} + 2xy^2\frac{\partial z}{\partial y} = 4xyz \qquad \{\xi = x^2,\ \eta = y^2\}$$

7) اذكر الفروض اللازمه لاستنتاج معادلة الموجه فى بعد واحد لخيط مرن مشدود مثبت من طرفيه ، ومن ثم استنتجها ، ثم أوجد حل دالمبرت لها .

8) فى كل من الحالات الأتيه اكتب واذكراسم المعادله التفاضليه الجزئيه التى توؤل اليها المسأله الرياضيه. استعمل الاحداثيات المناسبه ووضح بالرسم. اختار احدى هذه المسائل واكتب لها شروط ابتدائيه وشروط حديه مناسبه ثم حلها حلا كاملا مبينا جميع الخطوات.

ا) الحركه الاهتزازيه لغشاء دائرى مرن مثبت من محيطه .
ب) الحركه الاهتزازيه لغشاء مستطيل مرن مثبت من محيطه .
ج) التوزيع المستقر لدرجة الحراره على ساق معدنيه طويله سطحها معزول .
د) التوزيع الغير مستقر لدرجة الحراره على ساق معدنيه طويله سطحها معزول .

9) أ) اكتب معادلة لابلاس فى بعدين فى الاحداثيات الكرتيزيه .
ب) اذكر مسألتين رياضيتين يمكن أن تصفهم هذه المعادله .
ج) حول أحد حدود المعادله الى الاحداثيات القطبيه.

10) كره معدنيه نصف قطرها 1 بوصه مشحونه بالكهرباء الساكنه بحيث أن توزيع الجهد الكهربى U على سطحها يكون كما يلى: $U(1,\theta,\phi)=\sin\phi,\ \ 0\le\phi\le\pi$

أكتب المسأله الرياضيه (المعادله التفاضليه والشروط الحديه والشروط الابتدائيه) ثم أوجد الحل عند أى نقطه خارج الكره.

11) أوجد توزيع الحراره على ساق معدنيه طويله، طولها l، سطحها معزول حراريا وأحد طرفيها محفوظ عند درجة حراره ثابته T_1 بينما الطرف الآخر محفوظ عند درجة حراره ثابته اخرى T_2، ودرجة الحراره الابتدائيه $f(x)$ كما يلى:

$$f(x)=\begin{cases} T_1+\dfrac{2x}{l}(100-T\ ), & 0\le x\le\dfrac{l}{2} \\ 100+\left(\dfrac{2x}{l}-1\right)(T_2-100), & \dfrac{l}{2}\le x\le l \end{cases}$$