جامعة الملك سعود – قسم الرياضيات   الفصل الدراسي الثاني 1434-1435هـ

تمارين في 379 ريض (مجموعة 1)

1. أثبت أن $|x|-|y|\le|x-y|$ ، لكل $x,y\in IR^2$.

2. ليكن المستقيم $l=P+[v]=Q+[w]$. أوجد العلاقات التي تربط بين $Q,\ P,\ w,\ v$.

3. إذا كانت $0<t<1$ و $X=(1-t)P+tQ$ بحيث $P\neq Q$ ، أثبت أن

$$\frac{d(P,X)}{d(X,Q)}=\frac{|P-X|}{|X-Q|}=\frac{t}{(1-t)}$$

ثم استخدم هذا لإيجاد النقطة X التي تقسم القطعة المستقيمة PQ حسب النسبة $\frac{r}{s}$. وضح ذلك عندما $Q=(8,4),\ P=(-3,5),\ s=3,\ r=2$.

4. ليكن v متجه غير صفري . أثبت أنه يوجد متجها وحدة متناسبين مع v .

5. أوجد زوج متعامد عياري لـ IR^2 أحد عناصره يكون متناسبا مع v .

6. (i) أوجد كل متجهات الوحدة الناظمية للمستقيمالذي معادلته $3x+2y+10=0$.

(ii) أوجد كل متجهات الوحدة الإتجاهية للمستقيمالذي معادلته $3x+2y+10=0$.

(iii) أوجد معادلة المستقيم $l=P+[v]$ ، حيث $P=(5,2),\ v=\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right)$.

7. إذا كان $v=(v_1,v_2)$ متجه اتجاه للمستقيم l بحيث $v_1\neq 0$ فإن العدد $\alpha=\frac{v_2}{v_1}$ يسمى ميل l .

(i) أثبت أن α حسن التعريف .

(ii) أثبت أنه إذا كان l مستقيما ميله α فإن $v=(1,\alpha)$ متجه اتجاه لـ l .

(iii) أثبت أن معادلة المستقيم الذي ميله α ويمر بالنقطة $P=(x_1,y_1)$ هي $y-y_1=\alpha(x-x_1)$

8. ليكن المستقيمان $l=P+[v]$ و $m=Q+[w]$ ، حيث $v=(v_1,v_2)$ و $w=(w_1,w_2)$. إذا كان l و m يتقاطعان في نقطة F أثبت أن $F=(P-Q)\begin{pmatrix}v_1 & w_1\\ v_2 & w_2\end{pmatrix}^{-1}$.

9. ليكن $l=P+[v]$ و $m=Q+[w]$ مستقيمين متوازيين ، وليكن $n=\left\{\frac{1}{2}(X+Y):\ X\in l,\ Y\in m\right\}$. أثبت أن n مستقيما موازيا لكل من l و m وأن $d(l,n)=d(m,n)$.

10. أثبت المبرهنات 12 ، 14 ، 15 ، 16 ، 17 .

تمارين في 379 ريض (مجموعة 2)

1. أكتب صيغة الإنعكاس Ω_l في الإحداثيات (x,y)، حيث :

(أ) $l=\overleftrightarrow{ox}$ (أي المستقيم الذي معادلته $y=0$).

(ب) $l=\overleftrightarrow{oy}$ (أي المستقيم الذي معادلته $x=0$).

(ج) l المستقيم الذي معادلته $x=a$.

(د) l المستقيم الذي معادلته $y=x$.

(هـ) l المستقيم الذي معادلته $y=ax+b$.

2. ليكن المستقيمان $l=P+[v]$ و $m=Q+[v]$. أثبت أنه إذا كان $|v|=1$ فإن $\Omega_l\Omega_m=\tau_w$ و $\Omega_m\Omega_l=\tau_{-w}$ ، حيث $w=2\langle P-Q,v^{\perp}\rangle v^{\perp}$.

3. ليكن المستقيم $l=P+[w^{\perp}]$ حيث w متجه غير صفري . أثبت أنه إذا كان $m=P-\frac{1}{2}w+[w^{\perp}]$ و $m'=P+\frac{1}{2}w+[w^{\perp}]$ فإن $\Omega_l\Omega_m=\Omega_{m'}\Omega_l=\tau_w$.

4. أثبت أن تطبيق الوحدة هو الدوران الوحيد الذي يمكن وصفه كدوران حول نقطتين مختلفتين . في هذه الحالة ، يكون لكل دوران غير تافه نقطة وحيدة توصف بمركز الدوران .

5. (i) أثبت أن الإنعكاسين Ω_l و Ω_m يحققان العلاقة $\Omega_l\Omega_m=\Omega_m\Omega_l$ إذا وفقط إذا $l\perp m$.

(ii) لتكن P نقطة في المستوى الإقليدي . أثبت أن صيغة نصف الدوران حول P هي تأخذ الشكل التالي: $H_P(X)=-X+2P$ لكل $X\in E^2$.

(iii) أثبت أن تحصيل نصفي دورانين عبارة عن انسحاب على طول المستقيم الذي يربط مركزيهما .

6. أثبت أنه إذا كان H_1، H_2، و H_3 أنصاف دورانات فإن $H_1H_2H_3=H_3H_2H_1$.

7. ليكن ΔABC المثلث الذي زواياه الداخلية كالتالي : θ عند A ، ϕ عند B ، و ψ عند C .
أثبت أن $\rho_{B,2\phi}\,\rho_{A,2\theta}$ دوران حول النقطة C ومحددا زاوية هذا الدوران .